

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI BİLİM DALI

OYUN TEORİSİ VE SEKTÖREL BİR UYGULAMA

Yüksek Lisans Tezi

NİLAY ÇEVİKKAN

İSTANBUL – 2010

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI BİLİMDALI

OYUN TEORİSİ VE SEKTÖREL BİR UYGULAMA

Yüksek Lisans Tezi

Nilay ÇEVİKKAN

Danışman: YRD. DOÇ. DR. HABİP KOÇAK

İSTANBUL - 2010

Marmara Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü

Tez Onay Belgesi

EKONOMETRİ Anabilim Dalı YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI Bilim Dalı
Yüksek Lisans öğrencisi NİLAY ÇEVİKKAN'ın OYUN TEORİSİ VE SEKTÖREL BİR
UYGULAMA adlı tez çalışması, Enstitümüz Yönetim Kurulunun 19.07.2010 tarih ve
2010-14/19 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Yüksek
Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Öğretim Üyesi Adı Soyadı

İmzası

Tez Savunma Tarihi : 26.10.2010
1) Tez Danışmanı : YRD. DOÇ.DR. HABİB KOÇAK
2) Jüri Üyesi : DOÇ. DR. DİLEK ALTAŞ
3) Jüri Üyesi : DOÇ. DR. ÜNAL HALİT ÖZDEN

.....
.....
.....
.....

GENEL BİLGİLER

İsim ve Soyadı	: Nilay Çevikkan
Anabilim Dalı	: Ekonometri
Bilim Dalı	: Yöneylem Araştırması
Tez Danışmanı	: Yrd. Doç. Dr. Habip Koçak
Tez Türü ve Tarihi	: Yüksek Lisans – Eylül 2010
Anahtar Kelimeler	: Oyun Teorisi, Rekabet, Bira Sektörü

ÖZET

OYUN TEORİSİ VE SEKTÖREL BİR UYGULAMA

Küreselleşmeyle birlikte her geçen gün kullanım alanları ve gerekliliği artmakta olan yöneylem araştırması teknikleri içerisinde en çok kullanılanlardan birisi oyun teorisidir. Özellikle ürün ve marka çeşitliliğinin günümüzde sürekli artması, firmaların rakipleri ile olan durumlarını öngörmeleri ihtiyacını da arttırmıştır. Esas amacı birbirine rakip olan ve çıkarları çatışan tarafların akılcı davranış kurallarının belirlenmesi olan oyun teorisi, bu tür karar ortamlarını açıklayan matematiksel bir yaklaşımdır. Firmalar yer aldığı rekabet ortamının yanı sıra birçok alandaki karar aşamalarında da bazı sorunlar yaşamaktadır. Firmaların buldukları piyasalarda tutunabilmeleri sadece rakipleri ile karşılaştıkları durumlardaki karar süreçleri ile değil, kendi içlerindeki karar süreçleri ile de etkileşim içerisinde dir.

Bu çalışmada duopol bir piyasadaki iki rakibin birbirine ikame olabilecek birer ürünü için iki firmanın pazardaki satış rekabeti oyun teorisi ile incelenmiştir.

GENERAL KNOWLEDGE

Name and Surname	: Nilay Çevikkan
Field	: Ekonometri
Programme	: Yöneylem Araştırması
Supervisor	: Yrd. Doç. Dr. Habip Koçak
Degree Awarded and Date	: Yüksek Lisans – Eylül 2010
Key Words	: Game Theory, Competition, Brewing Industry

ABSTRACT

GAME THEORY AND A SECTORAL APPLICATION

Game theory is one of the commonly used operation research techniques which areas of usage and requirement are increasing every day with the globalization. Especially in today's constantly increasing diversity of products and brands, competing with companies that have increased the need to anticipate situations. The main purpose of the rival parties to the conflict of interests which determine the rules of rational behavior in game theory which is a kind of mathematical approach to decision making environments. Also, firms are confronted with various problems like in a competitive environment or like in decision making. Firms in markets where they can hold opponents in the encounters with the decision process along with their internal processes and their decisions is in the interaction.

In this thesis, It has been analysed for sales competitiveness of a product that can substitute for each firms in a duopoly market by using game theory.

TEŐEKKÜR

Çalışmalarım süresince kıymetli zamanını bana ayırarak tezi inceleyip, beni yönlendiren ve her zaman destek olan tez danışmanım Yrd. Doç Dr. Habip KOÇAK'a, yardımlarını ve desteğini esirgemeyen Sayın Bölüm Başkanımız Prof. Dr. İbrahim DOĐAN'a, değerli fikirlerinden yararlandığım Doç. Dr. Ahmet Mete ÇİLİNGİRTÜRK hocama, çalışmamı titizlikle okuyan değerli hocam Doç. Dr. Ünal Halit ÖZDEN'e teőekkürü bir borç bilirim. Ayrıca, manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen ve her zaman yanımda olan arkadaşım Ođuz DİNÇSOY'a ve sonsuz anlayışlarıyla bana destek olan ofis arkadaşlarıma ve kıymetli aileme çok teőekkür ederim.

Nilay ÇEVİKKAN

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
GİRİŞ	
1. BÖLÜM	
OYUN TEORİSİ	
1.1. OYUN TEORİSİNE GENEL BAKIŞ	2
1.1.1. Oyun Teorisinin Tarihçesi	2
1.1.2. Oyun Teorisinin Temel Kavramları	5
1.1.3. Temel Varsayımlar	8
1.2. TAM BİLGİLİ STATİK OYUNLAR	9
1.2.1. Stratejik Biçimli Gösterim ve Baskın Strateji	9
<i>1.2.1.1. Tam Stratejilerde Kesin Baskınlık</i>	10
<i>1.2.1.2. Makul Stratejiler</i>	11
1.2.2. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar	11
<i>1.2.2.1. Maksimin ve Minimaks İlkesi</i>	12
<i>1.2.2.2. Eyer Noktası ve Oyunun Değeri</i>	13
<i>1.2.2.3. Birden Fazla Eyer Noktası Olan Oyunlar</i>	14
1.2.3. Sıfır Toplamlı Olmayan İki Kişili Oyunlar	14
<i>1.2.3.1. Sabit Toplamlı Oyunlar</i>	14
<i>1.2.3.2. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar</i>	15
<i>1.2.3.3. Mahkumlar Çıkması</i>	15
1.2.4. Nash Dengesi	16
<i>1.2.4.1. Cournot Rekabet Modeli</i>	18
<i>1.2.4.2. Bertrand Rekabet Modeli</i>	21
1.2.5. Eyer Noktasız Oyunlar ve Karma Stratejiler	25
<i>1.2.5.1. Eş ve Üstün Stratejiler</i>	25
<i>1.2.5.2. Eyer Noktasız Oyunların Çözümü</i>	26

1.3. TAM BİLGİLİ DİNAMİK OYUNLAR	27
1.3.1. Genişleyen Biçimli Oyunlar	27
1.3.2. Genişleyen Biçimli Oyunlarda Denge	29
<i>1.3.2.1. Geriye Doğru Çıkarsama</i>	29
<i>1.3.2.2. Alt Oyun Mükemmel Denge</i>	30
1.4. EKSİK BİLGİLİ STATİK VE DİNAMİK OYUNLAR	31
1.4.1. Mükemmel Bayesyen Nash Dengesi	32
1.4.2. Sinyalleme Oyunları	33
1.5. TEKRARLI OYUNLAR	34
1.5.1. Sonlu Tekrarlı Oyunlar	36
1.5.2. Sonsuz Tekrarlı Oyunlar	36
1.5.3. Folk Teoremi	37
1.6. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ	39
1.6.1. 2x2 Oyunların Çözümü	39
<i>1.6.1.1. Cebirsel Yöntem</i>	39
<i>1.6.1.2. Kısa Çözüm Yöntemi</i>	40
1.6.2. 2xn veya mx2 Boyutlu Oyunların Çözümü	41
<i>1.6.2.1. Alt Oyun Yöntemi</i>	41
<i>1.6.2.2. Grafıksel Yöntem</i>	43
1.6.3. mxn Boyutlu Oyunların Çözümü	45
<i>1.6.3.1. Doğrusal Programlama İle Çözüm</i>	45
<i>1.6.3.2. Cebirsel Yöntemle Çözüm</i>	49
<i>1.6.3.3. Matris Çözüm</i>	50
<i>1.6.3.4. Yinelemeli Çözüm</i>	50

2. BÖLÜM BİRA SEKTÖRÜ

2.1. BİRA VE BİRACILIK	53
2.2. BİRA TÜRLERİ	55
2.2.1. Alt Fermantasyon Biralari	56
2.2.2. Üst Fermantasyon Biralari	57
2.2.3. Renklerine Göre Biralari	57
2.3. BİRA ÜRETİMİ	58
2.3.1. İnfüzyon Mayşeleme	60
2.3.2. Dekoksiyon Mayşeleme	60
2.3.3. Kaynatma	60
2.3.4. Mayalandırma	61

3. BÖLÜM UYGULAMA

3.1. UYGULAMANIN AMACI	
3.2. LİTERATÜR TARAMASI	63
3.3. MATERYAL VE YÖNTEM	65
SONUÇ	75
KAYNAKÇA	77

TABLO LİSTESİ

Tablo 1 : İki oyunculu stratejik biçimli bir oyunun genel gösterimi	10
Tablo 2 : $m \times n$ Kazanç matrisi	12
Tablo 3 : Mahkumlar Çıkmazı	15
Tablo 4 : A firmasının mevsimsellik etkisinden arındırılmış tahmini satış miktarı regresyon modeli çıktısı	69
Tablo 5 : B firmasının mevsimsellik etkisinden arındırılmış tahmini satış miktarı regresyon modeli çıktısı.	69
Tablo 6 : Firmaların fiyat aksiyonlarına göre birbirine ikame ürün için aylık tahmini satış miktarları.	70
Tablo 7 : A ve B firmalarının rekabet matrisi	71

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1 : Oyunun mxn matrisi	8
Şekil 2 : Cournot modelinde oyuncuların en iyi tepki fonksiyonları	20
Şekil 3 : Bertrand modelinde en iyi tepki fonksiyonları	24
Şekil 4 : Genişleyen biçimli bir oyunun temel unsurları	28
Şekil 5 : $2x2$ ' lik bir matris	39
Şekil 6 : $3x2$ ' lik bir matris	42
Şekil 7 : $2xn$ ' lik bir matris	43
Şekil 8 : A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.	66
Şekil 9 : A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.	66
Şekil 10 : B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.	67
Şekil 11 : B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.	67
Şekil 12 : A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık birim bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi.	67

- Şekil 13:** A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml
şişe bira ürünün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık birim
bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi. 67
- Şekil 14:** B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml
şişe bira ürünün aylık birim bazında satış miktar verilerinin
grafiksel gösterimi 68
- Şekil 15:** B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml
şişe bira ürünün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık birim
bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi 68

GİRİŞ

Bugünün dünyası geçmişe oranla çok hızlı gelişim ve değişim içerisindedir. Pazardaki ürün çeşitliliğinin yanısıra marka çeşitliliği de rekabeti arttırmakta olup, işletmelerin karar verme süreçlerinde birçok değişkeni göz önünde bulundurmalarının gerekliliğini ortaya koymuştur. Rekabetin arttığı böyle bir ortamda işletmelerin ayakta kalabilmeleri, yapacakları iç ve dış işletme analizlerine ve bu analizlere dayalı kararlara bağlıdır.

İşletmelerin daha iyi karar verebilmeleri için kullandıkları kantitatif değişkenler ile birlikte kalitatif değişkenleri de içinde barındıran bir karar verme tekniği olarak "oyun teorisi" ortaya çıkmıştır.

Oyun teorisi, özellikle sosyal bilimlerde bireylerin birbirlerinin hareketlerinden karşılıklı olarak etkilendiği çatışma ya da çekişmeleri modellemeye yarayan matematiksel bir araçtır. Burada "oyun" tabiri, kararlarını kendi adına mümkün olan en iyi sonucu elde edebilecek şekilde alan bireylerin, yani "oyuncular"ın varlığına atıfta kullanılmaktadır. Ortaya çıkabilecek olası sonuçlar, oyuncuların bireysel kararlarının birer ürünüdür.

Çalışmada oyun teorisi konusu ele alınmış, uygulama alanı olarak da Türkiye'deki bira sektöründe öncü markalar üzerinde çalışma yapılmıştır.

Bu çalışma, üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde; teorinin tarihçesi temel kavram ve varsayımları anlatılmıştır. Farklı durumlar için genel çözüm yöntemlerinden bahsedilmiştir.

İkinci bölümde; bira ve bira sektörü hakkında genel bilgiler verilmiştir.

Uygulama kısmının yer aldığı üçüncü bölümde ise; oyun teorisinin kullanım alanlarından bahsedilip, literatür taraması ile birçok yayınlanmış tez ve makale gibi çalışmalar içinde oyun teorisinin kullanım alanları için örnekler verilmiştir. Uygulama için ise oyun teorisinin genellemelerine uygun olacak şekilde, bira sektöründe öncü iki markanın birbirine ikame olabilecek birer ürün için fiyat stratejileri üzerine bir oyun kurularak sonuçlandırılmaya çalışılmıştır.

1. BÖLÜM

OYUN TEORİSİ

1.1. OYUN TEORİSİNE GENEL BAKIŞ

Oyun teorisi, M.S. 500'lü yıllarda Babilli Talmud'un evlilik sözleşmelerinde olası durumlara göre eşlerin miras paylaşımına kadar eskiye dayansa da 17. yüzyıl ve sonrasında daha fazla üzerinde çalışılmıştır. Bununla birlikte 2. Dünya Savaşı döneminde daha çok gündeme gelmiş ve özellikle 1990'lardan itibaren artmakta olan bir ilgiyle günümüze kadar gelmiştir. Yöneylem araştırması tekniklerinin Türkiye'de kullanılması batıdan çok sonra olmuştur. Öncelikli olarak da askeri alanda kullanılmaya başlanmıştır. Oyun teorisi ile ilgili giderek artan akademik çalışmalar, Türkiye'de yöneylem araştırmasının kullanım alanlarının ortaya çıkarmasına yardımcı olup, oyun teorisinin de önemini gittikçe arttırmaktadır.

Türkiye'de oyun teorisi ancak son yıllarda akademik olduğu kadar günlük hayatta da özellikle Akıl Oyunları adlı filmin vizyona girmesinden sonra ilgi odağı olmuştur. Aslında, modern oyun teorisi bugünkü şekline uzun bir gelişme sürecinden sonra ulaşmıştır. "Oyun Teorisi" isminin nereden geldiğini anlamak için tarihçesine bakmak yardımcı olabilir¹.

1.1.1. Oyun Teorisinin Tarihçesi

İnsanlık tarihinin yakın geçmişinde, oyun teorisinin temel mantığını oluşturan düşünce şekillerinin değişik yer ve zamanlarda ortaya çıktığı, kullanıldığı görülmektedir. Oyun teorisinin tarihçesine bakıldığında karşılaşılan ilk eser Talmud'dur. Babillilerin Musevi din, ceza ve medeni hukukunun temellerini sunan Talmud'da tartışılan problemlerden en çok bahsedilen evlilik sözleşmesi problemidir². 1985 yılında Talmud'un modern işbirlikçi oyunlar

¹ Adil Orhan, Oyun Teorisi, <http://www.ba.metu.edu.tr/~adil/BA-web/oyunteorisi.htm> , (21/02/2010).

² C. Can Aktan ve A. Burhan Bahçe, "Kamu Tercih Perspektifinden Oyun Teorisi", 2007, <http://www.canaktan.org/ekonomi/oyun-teorisi/makaleler/aktan-abdbahce.pdf> (17/01/ 2008), s. 5.

teorisini ifade ettiği anlaşılmıştır. Talmud'daki her bir çözüml, uygun biçimde belirtilmiş bir oyunun çekirdeğine karşılık gelmektedir³.

1700'lü yıllarda James Waldgrave, tasarladığı bir kart oyunu çözümlü için bilinen ilk minimum-maksimum karışık çözüml stratejisini ortaya çıkarmıştır⁴.

1838 yılında Augustin Cournot'un Refah Teorisinin Matematiksel Prensipleri konusundaki araştırmalarını yayınladı. Fransız matematikçi ve iktisatçı Antoin Augustin Cournot bu yayınında monopol, duopol ve oligopol piyasalarla ilgili analizlerden bahsetmiştir. Bu analizlerde sıfır maliyetle üretim yapan birden fazla firmanın davranışları incelenmektedir. İncelemeye göre firmalar anlaşma yoluna gitmemekte, birbirlerinin arz miktarlarını veri olarak kazanıcıml maksimize edecek kendi arz miktarını ayarlamaktadır. Bu çalışmalar sonucunda elde edilen matematiksel modelde Nash dengesinin sınırlı uyarlaması olan çözüml fikri kullanılmıştır⁵.

1881 yılında Francis Ysidro Edgeworth, "Mathematical Psychics: An Essay on The Applications of Mathematics to The Moral Sciences" (*Matematiksel Fizik: Ahlak Bilimlerine Matematiğin Uygulanması Üzerine Bir Deneme*) adlı çalışmasında, iki tür tüketicili ve iki ürünlü bir dünyada, sözleşme eğrisinin, her tür tüketici sayısının sonsuz olduğu rekabetçi denge kümesine doğru çekilebileceğini ispatlamıştır⁶.

Ernest Zermelo 1913'te yaptığı çalışmalarla oyun teorisinin ilk teoremi olan "Zermello Teoremi"nde, satranç oyununu ele alarak; ya beyaz kazanır, ya siyah kazanır, ya da oyun sonunda her iki taraf da berabere kalır şeklinde bir oyun öne sürmüştür⁷.

³ Aktan ve Bahçe, s. 5.

⁴ Ahmet Çelik, Oyun Teorisinin Tarihi–20.Yüzyıl Öncesi, 2005, <http://www.oyunteorisi.com/article.php?aID=23> (11/04/2008), s. 1.

⁵ Wikipedia, Antoine Augustin Cournot, 2007, http://en.wikipedia.org/wiki/Antoine_Augustin_Cournot (22/09/2008), s. 1.

⁶ Çelik, Oyun Teorisinin Tarihi–20.Yüzyıl Öncesi, s. 1.

⁷ Aktan ve Bahçe, s. 5.

Fiili durumda, oyun teorisinin ortaya çıkışı 1920’li yıllarda Emile Borel ve John Von Neumann gibi iki matematikçinin çalışmaları ile gerçekleşmiştir. İki matematikçi, çalışmalarında iki oyuncunun karşılıklı olarak birbirlerinin kazanç ve kayıp değerlendirmelerini bildikleri sıfır toplamlı oyunları incelemişlerdir. Oyunculardan biri diğerinin kazançlarını minimize etmek isterse, o da kendine en yüksek minimal kazancı garanti edecek stratejiyi arayacaktır. Borel’in 1927 yılında iki kişilik oyunlar için minimum-maksimum çözümü bulmada verdiği ilk modern formülasyonu üzerine 1928 yılında John Von Neumann ilk minimaks teoremini ispatlamıştır⁸.

1930 yılında F. Zeuthen’in “Problems of Monopoly and Economic Warfare” (*Monoplün Sorunları ve Ekonomik Mücadele*) adlı yayınının dördüncü bölümünde, Harsanyi’nin daha sonraları Nash’in pazarlık çözümüyle aynı olduğunu gösterdiği pazarlık problemi çözümünü kurmuştur⁹.

1938’de Ville’nin, minimum-maksimum teoreminin, hala kısmen topolojik olan, ilk basit ispatını gerçekleştirmesinin ardından, Von Neumann ve Morgenstern, Ville’nin teoremini yeniden gözden geçirip, daha basit versiyonunu ispatlamışlardır. 1944 yılında Von Neumann ve Morgenstern “Theory of Games and Economic Behaviour” (*Oyunlar Teorisi ve Ekonomik Davranış*) adlı kitaplarını yayınlamışlardır. Sıfır toplamlı iki kişilik oyun teorisini açıklayan bu çalışma, oyun teorisine ilişkin faydanın transferini kapsayan işbirlikçi oyunların şeklini açıklamaktadır. Ayrıca, ekonomide kapsamlı alan benimsemeye götüren, aksiyomatik fayda teorisi de açıklanmıştır¹⁰.

1950’de, Melvin Dresher ve Merrill Flood günümüzde de hala “Prisoner's Dilemma” (*Mahkum Açmazı*) olarak bilinen oyunu ortaya çıkarmışlardır. Bu oyunda geçen ikilem hikayesi Albert William Tucker’in iki

⁸ Dominique Roux, İktisadın Nobeli, Mehmet A. Kılıçbay (çev.), İstanbul: Bahçeşehir Üniversitesi Yayınlar, 2004, s. 330.

⁹ Aktan ve Bahçe, s. 6.

¹⁰ Çelik, Oyun Teorisinin Tarihi–1900 – 1949 Arası, <http://www.oyunteorisi.com/article.php?aID=24>, s. 1.

kişili ikilem oyunu ile birleştirilmiştir¹¹.

Oyun teorisi açısından dönüm noktası olarak kabul edilenler arasında, 1950’li yıllarda John Forbes Nash daha sonra ona Nobel ödülü kazandıracak dört temel çalışma yapmıştır. Oligopolistik piyasalarla ilgili olan “Equilibrium Points in N-Person Games” (*N Kişili Oyunlarda Denge Noktası*), “Non-Cooperative Games” (*İşbirliksiz Oyunlar*), “Nash Dengesi” olarak adlandırılan işbirliksiz oyunlar için stratejik dengenin varlığını ispatlamıştır. Daha sonra da “Bargaining Problem” (*Pazarlık Problemi*) ve “Two Person Cooperative Games” (*İki Kişili İşbirlikçi Oyunlar*) çalışmaları ile aksiyomatik pazarlık teorisini kanıtlamıştır. Böylece teorinin gelişim süreci sıfır toplamlı olmayan oyunlara doğru yönelmiştir¹².

John Harsanyi, Nash’in çalışmalarını gerçeğe daha yakın ve daha az teorik durumlarda, yani eksik bilgili oyunlar yönünde geliştirmiştir. Harsanyi, 1973’te yayımlanmış olduğu strateji sonuçlarının belirliliğinin, oyuncuların karar vermesinde temel etken olduğunu gösteren temel çalışmasını ortaya koymuştur. Çalışmaya dayanarak, strateji sonuçları belliyken rakiplerinin ne yapabileceklerine ilişkin kendi tahminlerine dayanan, rakibine karşı yapabileceği tek bir optimum hareketi olduğunu açıklamıştır¹³.

Oyun teorisi günümüzde de hem iktisatçıların hem de matematikçilerin ilgi odağıdır. Oyun teorisi 1980’lerden sonra ortaya çıkabilecek çok daha karmaşık durumların analiz edildiği çalışmalarla günümüze dek geliştirilmeye devam etmiş ve edecektir¹⁴.

1.1.2. Oyun Teorisinin Temel Kavramları

Oyun teorisi, özellikle sosyal bilimlerde insan davranışlarını inceleyen, stratejik karşılaşmaları modellemeye yarayan matematiksel bir araçtır. Bir oyunda, grup içerisindeki oyuncular tarafından yapılan tercihler nedeniyle

¹¹ Aktan ve Bahçe, s. 6.

¹² Aktan ve Bahçe, s. 6.

¹³ Orhan Çoban, **Endüstri İktisadı ve Oyun Teorisi**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2003, s. 20.

¹⁴ Roux, s. 331.

etkilenilen, bütün gruplardaki insanların durumlarını gösteren oyun teorisinin odak noktası karşılıklı işbirliğidir¹⁵.

Teoriye adını veren “oyun” kelimesi eksiksiz olarak sürdürülen ve oyuncuların kendileri için uygun olan stratejileri ve bunlardan herhangi birinin seçimi ile ilgili rekabet sonuçlarını bildikleri varsayılan bir sistemdir. Farklı bir deyişle oyun, birbirleriyle rekabet eden ve her biri kazanmayı isteyen iki veya daha fazla sayıda oyuncunun bulunduğu karar ortamıdır.

Oyunun tanımını oluşturan kavramların ilki “oyuncu” kavramıdır. Bir oyunda en az iki oyuncu veya rakip olmalıdır. Ayrıca, oyuncuların veya rakiplerin akılcı hareket ettikleri ve rekabet durumunda kazanmak için en iyisini yaptıkları varsayılır¹⁶.

Oyun teorisinin önemli kavramlarından bir diğeri ise, “strateji”dir. Strateji, oyunun başından sonuna dek ortaya çıkabilecek bütün durumlar için oyuncuların tercihlerini belirten kararlar bütünüdür¹⁷.

Bir oyun, oyuncuların seçmiş olduğu stratejiler ile elde ettikleri bilgi ve sonuçların faydalarını nasıl değerlendirdiklerini ifade eden ve oyuncuların seçtikleri durumlar ile kesin kuralları düzenleyen stratejilerden oluşmaktadır. Oyunlar, stratejik durumların sınıflandırılmasıdır¹⁸.

Optimum strateji, eyer noktası olan sıfır toplamlı oyunlarda oyuncu için mümkün ortalama en büyük kazancı garanti edecek stratejidir. Rakip açısından ise, mümkün en küçük kaybı garanti edebilecektir. Eyer noktasız karma stratejili oyunlarda ise optimum strateji oyunun çözümü ile belirlenir¹⁹.

Bazı oyunlarda oyuncuların seçebilecekleri tek bir strateji vardır. Oyuncunun kullandığı bu tek stratejiye “tam strateji” denir. Tam strateji, bazı

¹⁵ Prajit K. Dutta, **Strategies and Games**, Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1999, s. 3.

¹⁶ Nalan Cinemre, **Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Beta Yayınları, 2004, s. 394.

¹⁷ Ahmet Öztürk, **Yöneylem Araştırması**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2007, s. 708.

¹⁸ Aktan ve Bahçe, s. 2.

¹⁹ Hakan Kural, “**Karar Verme Sürecinde Oyun Teorisi**”, *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*, Dokuz Eylül Üniversitesi SBE, 2007, s. 15

oyunlar için optimal strateji olabilir²⁰. Herhangi bir tam strateji bir oyuncu için optimal ise diğer oyuncu için de optimaldir.

Diğer strateji türü ise “Karma Strateji”dir. Karma stratejili oyunlarda oyuncular bir oyun süresince birden fazla hareket tarzını seçebilir ve çeşitli kararları bir arada benimseyebilirler. Karma strateji, tam stratejiler takımındaki olasılık dağılımıyla tanımlanır²¹.

Oyuncuların her hareketinin bir bedeli vardır. Birileri kazanırken birileri kaybeder. Oyuncuların seçmiş oldukları strateji sonuçlarındaki kazanç veya ödemeler artı sonsuz ile eksi sonsuz arasında yer alabilen sayısal değerlerdir. Bu değerler seçtikleri stratejiler doğrultusunda ne kadar kazanacaklarını veya kaybedeceklerini gösterir. Sonuçta kazanma ve kaybetme durumları olduğu için sonuçlar pozitif ve negatif değerler alabilirler²².

Oyun matrisi, oyuncuların olası seçenekleri ve bu seçenekler sonucunda birbirlerine yapılacak ödemelerini gösteren matristir²³. Bu tür matrisli oyunlarda, aksi belirtilmedikçe oyun matrisi satır oyuncusuna (A Oyuncusuna) göre kurulur. Bundan dolayı matriste gösterilen a_{ij} değerleri satır oyuncusunun kazançlarını gösterir. Bir tarafın kazancı diğer tarafın kaybına eşit olduğundan, a_{ij} değerleri sütun oyuncusunun (B Oyuncusunun) kayıpları anlamına gelir²⁴.

A oyuncusunun m , B oyuncusunun n adet stratejisi olsun. Buna göre oyunun $m \times n$ matrisi Şekil 1’deki gibi olur.

²⁰ Öztürk, s. 712.

²¹ Şule Özkan, **Yöneylem Araştırması Nicel Karar Teknikleri**, İstanbul, Nobel Yayın Dağıtım, 2005, s. 226.

²² Osman Orkan Özer, “Oyun Teorisi ve Tarımda Uygulanması”, **Doktora Semineri**, Ankara Üniversitesi Fen B. E., Ankara, 2004,

http://www.agri.ankara.edu.tr/economy/1306_oyunteorisi.pdf (26/01/2009), s. 6 .

²³ Cinemre, s. 395

²⁴ Alptekin Esin, **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Ankara: Gazi Kitapevi, 2003, s. 324 – 325.

$$\begin{array}{c}
 \text{B Oyuncusu } (\underline{V}_i) \\
 \\
 \text{A Oyuncusu } (\bar{V}_j) \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Şekil 1: Oyunun $m \times n$ matrisi

Şekil 1'deki matriste $m \times n$ mümkün oynama biçimi vardır. $i=1,2,3,\dots,m$, $j=1,2,3,\dots,n$ ve $a_{ij}>0$ olmak üzere; a_{ij} değeri A oyuncunun i 'inci stratejisini seçmişken, B oyuncusunun j 'inci stratejisini seçmesi durumu, B oyuncusunun A oyuncuna yapacağı ödemeyi göstermektedir. a_{ij} değerinin negatif olması durumunda ise bunun tam tersi söz konusudur. Bu durum B oyuncusunun A oyuncusundan alacağı olduğunu göstermektedir. Değerin sıfır olması durumunda hiç bir ödeme söz konusu değildir²⁵.

1.1.3. Temel Varsayımlar

Teorinin uygulanması sırasında ortaya çıkabilecek karmaşık durumların etkilerinin azaltılabilmesi için oyunun modellenmesi sırasında yerine getirilmesi gereken bazı varsayımlar vardır. Bu varsayımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir²⁶:

- Oyuncular sonlu sayıdadır,
- Oyuncuların tüm olası stratejileri sonlu sayıdadır,
- Her oyuncu hem kendisi için hem de rakibi için olası stratejilerin hepsini bilir. Bununla beraber oyuncular rakiplerinin bu stratejilerden hangisini uygulayacağını bilmemektedir,
- Oyuncular hangi stratejiyi seçerse seçsin her birinin karı ya da zararı sınırlıdır,
- Oyuncuların kazançları ya da zararları kendi verecekleri kararlara bağlı olduğu kadar rakibinin vereceği karara da bağlıdır,

²⁵ Esin, s. 325 – 326.

²⁶ Esin, s. 322.

- Tüm mümkün davranışlar veya oynanacak stratejiler aynı ölçü biriminde, hesaplanabilir nitelikte olmalıdır.

1.2. TAM BİLGİLİ STATİK OYUNLAR

Oyunlar statik ve dinamik olmak üzere iki sınıfta incelenebilir. Statik oyunlarda zaman kavramı yoktur. Oyuncular hareketlerini bir kez ve aynı anda seçmektedirler. Aynı anda seçmeleri kronolojik zamanda seçim anlamında değil, birbirlerinin seçimlerini görmemesi anlamındadır. Statik oyunlarda, oyunun sonunda her oyuncunun seçtiği stratejiye göre fayda düzeyi belirlenir²⁷. Dinamik oyunlarda ise, oyuncuların stratejilerinde bir ardıcılık söz konusu olabilir. Bu tür oyunlarda bir oyuncu hareket ettiğinde diğer oyuncu da oyunda ne olduğu bilgisine sahip olur²⁸.

1.2.1. Stratejik Biçimli Gösterim ve Baskın Strateji

Statik oyunların matris ile gösterimine stratejik biçimli ya da normal form denir. Bu tür oyunlarda oyuncuların olası seçeneklerinden oluşan strateji profili, her oyuncu için bir fayda düzeyini gösterir. Statik oyunlarda, oyuncular stratejilerini aynı zamanda seçtikleri için oyuncuların hareketlerinin kombinasyonu ya da strateji profili matris şeklinde gösterilir. Stratejik formda gösterilen bir oyunda her oyuncunun kazanç ve kayıplarının gösterildiği bu matrise ödemeler matrisi denir²⁹.

Bir oyunda n sayıda oyuncunun olduğu bir oyuncular kümesindeki i , herhangi bir oyuncuyu temsil etmektedir. Oyuncuların sahip oldukları stratejiler kümesinde herhangi bir i oyuncusunun strateji kümesi, S_i ile ifade edilir. S_i içinde yer alan, i oyuncusunun herhangi bir stratejisi ise S_i ile gösterilir³⁰. Tüm oyuncuların olası tüm stratejilerinden oluşabilecek stratejiler profili denklem (1)'deki gibi kartezyen çarpımı ile gösterilir.

²⁷ Ensar Yılmaz, **Oyun Teorisi**, İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2009, s. 7.

²⁸ Yılmaz, s. 117.

²⁹ Çiğdem İnci, "**Oyun Teorisi**", *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*, Yüzüncü Yıl Üniversitesi FBE, 2009, s. 11.

³⁰ Yılmaz, s. 8 – 9.

$$S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \quad (1)$$

Herhangi bir strateji profili, $s = (s_1, s_1, \dots, s_n) \in S$, oyundaki n oyuncunun her biri için bir stratejiyi ifade eden n adet elemanı olan sıralı bir kümedir. Bir strateji profili aynı zamanda n boyutlu bir vektör olarak da nitelendirilebilir.

n oyunculu bir oyunun normal formda gösteriminde oyuncuların fayda fonksiyonları u_i olarak ifade edildiğinde ($i= 1,2, \dots, n$) oyun aşağıdaki gibi matematiksel olarak gösterilir:

$$G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\} \quad (2)$$

İki oyunculu ve iki stratejili bir oyunda stratejik gösterim Tablo 1'deki gibi gösterilmektedir³¹.

Tablo 1 : İki oyunculu stratejik biçimli bir oyunun genel gösterimi.

	s_1	s_2	
s_1	$u_1(s_1, s_1), u_2(s_1, s_1)$	$u_1(s_1, s_2), u_2(s_1, s_2)$	
s_2	$u_1(s_2, s_1), u_2(s_2, s_1)$	$u_1(s_2, s_2), u_2(s_2, s_2)$	

1.2.1.1. Tam Stratejilerde Kesin Baskınlık

Oyuncuların tek bir strateji seçme haklarının olduğu tam stratejili bir oyunda oyuncuya diğer stratejilerinden daha fazla kazanç sağlayan, diğer oyuncuların stratejilerinden bağımsız, her zaman optimal olan stratejilerine “baskın strateji” denir³². Bir oyuncu bir stratejisi ile diğer oyuncuların tüm stratejilerine karşılık her zaman daha iyi kazanç sağlıyorsa bu strateji kesin baskın stratejidir³³.

³¹ Yılmaz, s. 9.

³² Mustafa Bekar, “**Oyun Teorisi ve Ekonomik Modelleme**”, *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*, Dumlupınar Üniversitesi FBE, 2008, s. 13.

³³ Yılmaz, s. 10.

Bir oyunda oyuncuların hiçbir zaman oynamayacakları strateji ise “kesin mahkum strateji” olarak tanımlanır. Oyuncular bu stratejinin hiçbir oyuncu tarafından seçilmeyeceğini kabul ederek bu mahkum stratejiyi silerler. Bu nedenle oyuncular kesin mahkum stratejiyi baştan elemektedirler. Rasyonel oyuncuların kesin mahkum stratejileri seçmemelerinin nedeni, bu tür stratejilerin diğer oyuncuların seçecekleri stratejilere karşılık en iyi tepki olmamasından kaynaklanmaktadır. Rasyonel bir oyuncunun bu stratejiyi seçmeyeceğini bilmesi gerekmektedir. Yani oyuncuların hepsi birbirlerinin rasyonel olduğunu bilmelidir. Bu durum “rasyonelliğin ortak bilgi olması” olarak tanımlanmaktadır³⁴.

1.2.1.2. Makul Stratejiler

Rasyonelliğin ortak bilgi olduğu varsayılan bir oyunda oyuncular, mahkum stratejilerin elenmesinden geriye kalan stratejilerden oluşan stratejiler alt kümesinden oyuna devam edeceklerdir. Bu süreçte mahkum strateji olmadığı için artık direkt eleme yapamayacaklardır. Mahkum stratejilerin eliminasyonundan sonra oyuncuların elinde kalan bu stratejiler alt kümesine “makul stratejiler” denir. Bu noktaya hiçbir zaman en iyi sonucu veremeyecek olan stratejiler elendiği için oyuncu her zaman optimal stratejilerini makul stratejiler kümesinden seçer. Ancak bir oyuncunun en optimal stratejiyi seçtiğine inanması rakipleri hakkındaki inançlarının da doğru olduğunu göstermez. Rakip oyuncuların irrasyonel davranması, oyuncunun optimum stratejisinin anlamlılığını ortadan kaldırır. Bu nedenle oyuncular diğer oyuncuların seçimlerini tam olarak bilmeseler bile bütün oyuncuların rasyonel davrandığını varsayar³⁵.

1.2.2. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar

İki kişili sıfır toplamlı oyunlar, iki rakip oyuncunun yer aldığı oyunlardır. İki den fazla oyuncunun aralarında anlaşip oyuna dahil olmaları oyunun niteliğini değiştirmez³⁶. Oyuna katılan her iki oyuncunun akıllıca hareket edeceği ve kazancını en büyükmeye çalışacağı, eğer kazanç şansı yoksa kaybını en

³⁴ Yılmaz, s. 10.

³⁵ Yılmaz, s. 18.

³⁶ Esin, s. 324.

küçüklemeye çalışacağı varsayılır. Oyunun üç tür sonucu vardır: kazanmak, kaybetmek ya da oyundan çekilmek. Oyun sonunda oyuncuların elde ettikleri kar ve zararın toplamının sıfıra eşit olması, oyunun ismini açıklamaktadır. Sonuç olarak, bir tarafın kazancı diğer tarafın kaybına eşittir³⁷.

1.2.2.1. Maksimin ve Minimaks İlkesi

Bir oyunda rakip oyuncu işbirliğine girmiyorsa, yani sapma hareketinde bulunmuyorsa, mümkün olan en ağır cezalandırmayı öngörür. Bu durumun işbirliği yapmayan açısından karşılığı ise kendisini cezadan korumaktır. Bu durum maksimin stratejiyi açıklamaktadır. Maksimin ve minimaks stratejilerinin önemi, oyuncuların bu stratejilerden nasıl etkilendiğinin sınırlarının görülebilmesidir³⁸.

Teorik olarak maksimin strateji satır oyuncusu için ödemeler matrisinde minimum değerli stratejiler arasından maksimum stratejiyi seçmektir. Minimaks strateji ise sütun oyuncusu için maksimum değerli stratejiler arasından minimum stratejiyi seçmektir³⁹.

Bu şartlarda her iki oyuncu da karşılaşabilecekleri en kötü durumları hesaplayıp, ona göre hareket etmektedir. Maksimin stratejisine göre, satır oyuncusu herhangi bir i stratejisini seçtiğinde, sütun oyuncusu daima a_{ij} değerini en küçük yapacak stratejiyle hareket eder. Bu sebeple satır oyuncusu, rakibi açısından da oyuna bakarak, rakibinin her bir stratejisi için en az ne kadar kazanabileceğini hesaplamaktadır⁴⁰.

Tablo 2 : $m \times n$ Kazanç matrisi

Satır Oyuncusu	Sütun Oyuncusu			
	\bar{v}_1	\bar{v}_2	...	\bar{v}_j
\underline{v}_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
\underline{v}_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
\underline{v}_i	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

³⁷ Esin, s. 324.

³⁸ Yılmaz, s. 282.

³⁹ Özkan, s. 222 - 226.

⁴⁰ Yılmaz, s. 283 - 284.

Tablo 2'deki \underline{v}_i satır oyuncusunun i 'inci stratejisini seçmişken sütun oyuncusunun seçebileceği mümkün bütün stratejileri içindeki en küçük a_{ij} değerini yani, sütun oyuncusunun kendisine yapacağı en az ödemeye karşılık gelen stratejiyi ifade eder. Her satırın en küçük değerlerinden oluşan \underline{v}_i değeri ($\min(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ değerleri), oyun matrisinin sağ tarafına oluşturulacak olan satır en küçükleri sütununa yazılır, maksimin ilkesi gereği satır oyuncusu bu en küçük değerleri içinden en büyük a_{ij} değerini veren stratejiyi seçer⁴¹.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maksimin için:} & \text{Minimaks için:} \\
 \underline{v} = \max_i \min_j a_{ij} & \bar{v} = \min_j \max_i a_{ij} \\
 \underline{v} = \max_i \underline{v}_i & \bar{v} = \min_j \bar{v}_j \\
 i = 1, 2, 3, \dots, m & \text{ve } j = 1, 2, 3, \dots, n
 \end{array} \tag{3}$$

(3)'teki denklemlerde yer alan \underline{v} değeri satır oyuncusunun maksimin değeri olup, oyunun da alt değeridir. Oyuncu maksimin stratejisiyle devam ettiği sürece, sütun oyuncusu hangi stratejiyi kullanırsa kullansın \underline{v} kadar kazanmayı garantilemiş olur. Sütun oyuncusunun amacı en kötü değerlerin en azı kadar kaybettirecek bir strateji seçmek olduğu için yüksek değerlerden küçük olanını seçecektir. \bar{v}_j sütun en büyükleri değerleridir ve matrisin altında oluşturulan sütun en büyükleri kısmına yazılır⁴².

1.2.2.2. Eyer Noktası ve Oyunun Değeri

Oyunun sonunda taraflar arasında yapılacak ödeme miktarı, oyunun değeridir ve v ile gösterilir⁴³. Bir oyunda, satır en küçüklerinin en büyük değeri (maksimin- \underline{v}) ile sütun en büyüklerinin en küçük değerinin (minimaks- \bar{v}) birbirine eşit olması, oyunun eyer noktası olduğunu göstermektedir⁴⁴. Eyer

⁴¹Cinemre, s. 397 – 398.

⁴² Öztürk, s. 711 ve Cinemre, s. 397.

⁴³ Esin, s.331.

⁴⁴ Cinemre, s. 398.

noktası aynı zamanda oyunun değerini de belirtmektedir.

Herhangi bir oyunun eyer noktası var ise, o oyun denge konumundadır ve bu konumda her oyuncu için en iyi sonuç elde edilmektedir. Eyer noktası olduğunda hiçbir oyuncu kendi durumunu iyileştirmek için rakibinin stratejisinden faydalanamamaktadır. Çünkü oyunculardan birisinin stratejisini değiştirmesi sadece kayıpların artmasına yol açacaktır⁴⁵. Eyer noktası oyuncuların bu noktayı veren stratejilerinde sabit kalmaları gerekliliğine dikkat çekmektedir⁴⁶.

1.2.2.3. Birden Fazla Eyer Noktası Olan Oyunlar

Bazı oyunlarda birden fazla eyer noktası olabilmektedir. Bu durumu ilk bakışta eyer noktası tanımlamasına ters düşüyor gibi gözükmemektedir. Eyer noktasının birden fazla olduğu oyunlarda, oyunculardan birisi tarafından eyer noktalarının belirlediği stratejilerin uygulanması ile oyunun sonucu değişmemektedir. Bu tür oyunlarda alternatif strateji söz konusu olmaktadır⁴⁷.

1.2.3. Sıfır Toplamlı Olmayan İki Kişili Oyunlar

Sıfır toplamlı olmayan oyunlar, sabit toplamlı ve sabit toplamlı olmayan oyunlar olarak iki şekilde incelenebilir.

1.2.3.1. Sabit Toplamlı Oyunlar

İki kişili sabit toplamlı bir oyunda oyuncuların kazançları toplamı c ($c \neq 0$) sabitine eşittir. Sıfır toplamlı oyunlarla aynı çözüm yöntemi kullanılmakla birlikte bu oyunlardan tek farkı, kazanıcın sıfırdan farklı bir sabit sayı olmasıdır⁴⁸. Sabit toplamlı oyunlar eksik bilgili oyunlardır. Tarafların olası stratejileri bellidir ancak hangi stratejiyi seçeceği öngörülemez, çünkü kararlar aynı anda verilir⁴⁹.

⁴⁵ Esin, s.333.

⁴⁶ Cinemre, s. 398.

⁴⁷ Esin, s. 335 – 337.

⁴⁸ Cinemre, s. 424.

⁴⁹ Kural, s. 39 – 40.

1.2.3.2. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar

Günlük hayatta sabit olmayan oyun tipiyle karşılaşma olasılığı daha yüksektir. Sabit toplamlı olmayan oyunlarda bir oyuncunun kazancı diğer oyuncunun kaybına eşit değildir. Her iki oyuncu da kazanabilir ya da kaybedebilir. Sabit toplamlı olmayan oyunlara ⁵⁰.

1.2.3.3. Mahkumlar Çıkmazı

Literatürde yer alan “Mahkumlar Çıkmazı”, sıfır toplamlı olmayan oyun özelliği taşımaktadır⁵¹. İşledikleri suçu itiraf etmelerini sağlamak amacıyla bir cezalandırma mekanizması düzenlenen mahkumlar ayrı hücrelerde sorgulanırlar. Soruşturmayı yöneten savcı, mahkumlardan birinin itiraf etmesi, diğerinin ise inkar etmesi durumunda itiraf edenin 5 yıl, inkar edenin 1 yıl hapis yatacağını söylemektedir. Her iki mahkum da suçu itiraf ederse 4 yıl hapis yatacaklardır. Eğer ikisi de inkar ederse mahkumlar sadece çalıntı mal bulundurmaktan dolayı 2 yıl ile yargılanacaklardır. Bu durumun matrisi Tablo 3’deki gibi olacaktır⁵².

Tablo 3. : Mahkumlar Çıkmazı

		İkinci Mahkum	
		İnkâr Et (C)	İtiraf Et (D)
Birinci Mahkum	İnkâr Et (C)	- 2 , - 2	- 5, - 1
	İtiraf Et (D)	- 1, - 5	- 4, - 4

Matriste satır oyuncusu olan birinci mahkumun seçeceği duruma karşılık ikinci mahkumun da seçimi sırasıyla 1. ve 2. sayılardır. Bu sayılar mahkumların seçtikleri stratejilere karşılık elde edecekleri faydayı göstermektedir. Eğer

⁵⁰ Cinemre, s. 424.

⁵¹ Şevkinaz Gümüšoğlu ve Aslı Özdemir, “Rekabet Ortamında Karar Verme Süreçlerinde Oyun ve Fayda Kuramı”, **Review of Social, Economic & Business Studies**, Vol. 9/19, s. 297.

⁵² Yılmaz, s. 10 – 12.

oyuncular işbirlikçi davranıp suçlarını inkar ederlerse (C,C) profili gerçekleşir ve her iki mahkum da 2 yıl hapis yatar⁵³.

1.2.4. Nash Dengesi

İktisadi oyunlarda genellikle eleme yöntemiyle çözüme ulaşmak mümkün değildir. Bu tür oyunlarda daha güçlü bir çözüm yöntemine ihtiyaç duyulur. Nash dengesi bu ihtiyacı karşılamaktadır⁵⁴.

İktisatta yer alan arz-talep eşitliği olarak tanımlanan denge kavramı; bireylerin herhangi bir dışsal faktör olmadan davranışı değiştirme gibi bir eğilim içinde olmaması ve mantıklı davrandıkları yani kendi faydalarını düşünerek hareket ettikleri, diğer bireylerin davranışlarındaki düzenliliklerden haberdar oldukları anlamındadır.

İktisattaki standart arz-talep yapısındaki gibi stratejik yapılarda da rasyonel olarak sürdürülen davranış düzenliliği denge olarak tanımlanır. İktisadi bir oyunda bütün oyuncuların strateji seçimleri belirliken oyuncuların hiç biri stratejilerini değiştirme eğiliminde bulunmuyorsa, bu strateji birleşimi bir Nash dengesini göstermektedir⁵⁵.

Nash dengesi stratejisinde oyuncular her zaman rakiplerinin oynayacağını düşündükleri stratejilere karşı kendisi açısından en çok faydayı sağlayacak en iyi stratejiyi kullanır⁵⁶.

Nash dengesinde temel unsur, bir denge noktasının varoluşudur. John Nash, von Neumann minimaks teoremi genelleştirilmesinin temeli olarak en iyi cevap yaklaşımını seçmiştir. Nash'e göre, iki kişilik bir oyunun çözümüne aday olacak bir strateji çifti, stratejinin her biri rakibinin oynayacağını tahmin ettiği diğerine, en iyi cevap verebilme niteliğini sağlaması gerekmektedir. Her bir

⁵³ Yılmaz, s. 12 – 13 .

⁵⁴ Sanlı Ateş, “Oyun Teorisi ve Uygulamaları”, *Matematiksel İktisat II Ders Notları*, Çukurova Üniversitesi, <http://idari.cu.edu.tr/sanli/oyun.pdf> (22.02.2010), s. 43.

⁵⁵ Kural, s. 53.

⁵⁶ Arzdar Kiracı, “Oyun Teorisi”, *Oyun Teorisi Ders Notları Bölüm 1 Güz 2002-2003*, Başkent Üniversitesi, Ekim 2002, s. 21.

oyuncu stratejilerinin oyuncunun kendi ödülünü maksimize ettiği durumu ifade etmektedir. Her oyuncunun stratejisi, diğer oyuncuların oynayacağını tahmin ettiği stratejilerine karşı optimaldir. Bu özellikleri olan bir strateji çifti (kombinasyonu) Nash dengesi olarak adlandırılmaktadır ve işbirlikli oyunların temelini oluşturmaktadır⁵⁷.

Matematiksel olarak stratejik biçimli bir oyun $G = \{N, (S_i), (U_i)\}$ olarak tanımlandığında, eğer her i oyuncusunun s_i^* stratejisi diğer $(n-1)$ oyuncunun $(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ stratejilerine en iyi tepkisi ise, $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ strateji profili tam strateji Nash dengesidir. Bu durum (4)'teki denklemlerde matematiksel olarak gösterilmiştir.

$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*), \quad \forall i \in N, \forall s_i \in S_i$$

Veya kısaca

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*), \quad \forall i \in N, \forall s_i \in S_i \quad (4)$$

Burada s_i^* , i oyuncusunun faydasını maksimize eden değerdir. Bu da (5)'teki denklemde görülmektedir.

$$s_i^* = \max_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \quad (5)$$

Bu denklemlerden yola çıkarak $G = \{N, (S_i), (U_i)\}$ stratejik biçimli bir oyunun çözümünün (s_1^*, \dots, s_n^*) strateji profili olduğu varsayıldığında, eğer (s_1^*, \dots, s_n^*) strateji profilinin Nash dengesi değilse bunun açıklaması şöyle yapılır: Belirli bir i oyuncusu için s_i^* stratejisi, $(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ strateji profiline en iyi tepki değildir. Yani i oyuncusu için $s_i \in S_i$ gibi daha yüksek fayda sağlayan başka bir strateji var demektir⁵⁸.

⁵⁷ İnci, s. 10.

⁵⁸ Yılmaz, s. 21

1.2.4.1. Cournot Rekabet Modeli

İki şirketin sonsuz sayıda alıcı ile karşı karşıya olduğu duopol piyasalarla birlikte, birbirlerini etkileyebilecek kadar az sayıda şirketin yine sonsuz sayıda alıcı ile karşı karşıya kaldığı oligopol piyasalarda temel unsur, rekabet halindeki şirketlerin birbirine bağlı olmalarıdır. Bir şirketin davranışı diğer şirketlerin kazancını etkiliyorsa bu durum şirketlerin birbirlerine bağlı olduğunu gösterir. Bu özellik, oligopolün oyun teorisinde incelenmesini uygun hale getirmektedir⁵⁹.

Oligopol tiplerinden biri ve tahlil bakımından en elverişlisi duopoldür. Duopol teorilerinin tarihi gelişim bakımından ilki ve bugün en tanınmış 19. yüzyılın ilk yarısında (1838) bir Fransız iktisatçı, Augustin Cournot, tarafından ortaya atılan, dolayısı ile de Cournot Modeli diye bilinen modeldir. A. Cournot, birbirinin komşusu iki maden suyu kaynağının farklı firmalar tarafından işletildiği varsayımından hareket ederek, söz konusu piyasada her firmanın ne kadar mal satacağını araştırmıştır⁶⁰.

Bir endüstrideki firmaların kendi aralarındaki rekabet genelde miktar, fiyat ya da malın niteliği üzerinden gerçekleşir. Cournot modeli daha çok miktar rekabetini esas alan bir modeldir. Bu modelde homojen bir mal n sayıda firma tarafından üretilmekte olup, herhangi bir i firması için q_i kadar mal üretmenin maliyeti $C_i(q_i)$ ile ifade edildiğinde C_i artan bir fonksiyonu temsil eder. Satılan tüm mallar tek bir fiyat ile satılır. Malın fiyatı ise mala olan talep ve firmanın üretim miktarı ile belirlenir. Firmaların toplam çıktı düzeyi Q ise, piyasa fiyatı $p(Q)$ 'dir. Buradaki $p(\cdot)$ ters talep fonksiyonudur. Ters talep fonksiyonunun pozitif değerler alan monoton azalan bir fonksiyon olduğu kabul edildiği için firmaların toplam çıktı düzeyi artarsa fiyat azalmaktadır. Her i firmasının çıktı değeri q_i ise fiyat $p(q_1 + \dots + q_n)$ kadardır⁶¹. Bu durumda i firmasının geliri $q_i p(q_1 + \dots + q_n)$ olur. (6)'daki denklemde görüldüğü gibi herhangi bir i firmasının gelirinden

⁵⁹ Bekar, s. 49.

⁶⁰ Arzdar Kiracı, "Oligopoli", *Oyun Teorisi Ders Notları Bölüm 2 Güz 2002-2003*, Başkent Üniversitesi, Ekim 2003, s. 1

⁶¹ Yılmaz, s. 42.

maliyeti çıkarıldığında karı elde edilmiş olur.

$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = q_i p(q_1 + \dots + q_n) - C_i(q_i) \quad (6)$$

Cournot modelinde oyuncular firmalardır. Oyunda, her firmanın seçim değişkeni olası çıktılardan oluşan bir kümedir ve (6)'daki denklemde ifade edilen kar tarafından temsil edilir. Bu oyun yapısı Cournot oligopol oyun olarak isimlendirilir.

Basit olarak, iki firmanın var olduğu kabul edilen bir piyasada, firmaların maliyetlerinin sabit ve ters talep fonksiyonunun doğrusal olduğu varsayıldığında her iki firmanın maliyet fonksiyonu simetrik olur. Yani marjinal maliyet sabittir ve $C_i(q_i) = cq_i$ ve $c \geq 0$ olarak ifade edilir. Ters talep fonksiyonu da aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$p(Q) = \begin{cases} \alpha - Q, & \text{eğer } Q \leq \alpha \\ 0 & , \text{eğer } Q > \alpha \end{cases} \quad (7)$$

Buradaki α sıfırdan büyük, sabit bir parametredir. Bu sabit parametre eşitsizliklerdeki ilişkilere göre fiyat düzeyi p 'yi pozitif tutabilmek için verilmiştir. Buradan yola çıkarak modelin Nash dengesinin bulunabilmesi için öncelikli olarak firmaların en iyi tepki fonksiyonlarının bulunması gerekmektedir. Buna göre birinci firmanın karı aşağıdaki gibi olur.

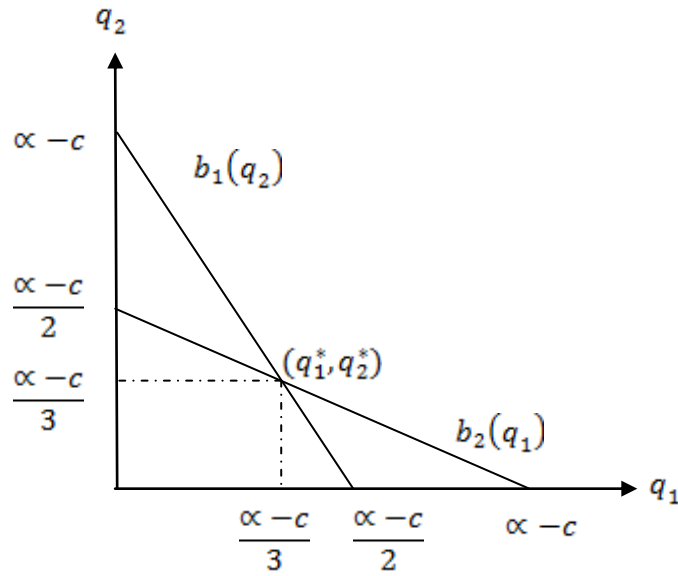
$$\pi_1(q_1, q_2) = \begin{cases} q_1(p(q_1, +q_2) - c), & \text{eğer } q_1, +q_2 \leq \alpha \\ -cq_1 & , \text{eğer } q_1, +q_2 > \alpha \end{cases} \quad (8)$$

Birinci firmanın karını hesaplayabilmek için ilk önce ikinci firmanın veri q_2 değeri için kendi q_1 üretim değerini belirleyecek en iyi tepki fonksiyonu bulunmalıdır. Birinci firmanın en iyi tepki fonksiyonu, kendi kar fonksiyonunun q_1 'e göre kendi birinci koşulundan bulunur⁶².

$$b_1(q_2) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\alpha - c - q_2), & \text{eğer } q_2 \leq \alpha - c \\ 0 & , \text{eğer } q_2 > \alpha - c \end{cases} \quad (9)$$

⁶² Yılmaz, s. 42.

(9)'daki denklemde de görüldüğü gibi birinci firmanın en iyi tepki fonksiyonu ikinci firmanın q_2 değerine bağlıdır. Burada ikinci firmanın çıktı düzeyi arttıkça birinci firmanın karı azalmaktadır. Bunun nedeni ikinci firmanın daha fazla çıktı düzeyinin daha düşük fiyata karşılık gelmesidir. Firmalar benzer maliyet ve talep fonksiyonlarına sahip olduklarından oyun simetriktir ve ikinci firmanın en iyi tepki fonksiyonu da aynı şekilde hesaplanır. Aynı şekilde ikinci firmanın tepki fonksiyonu, birinci firmanın veri üretim değerine verdiği en iyi tepkiyi belirtir.



Şekil 2: Cournot modelinde oyuncuların en iyi tepki fonksiyonları

Şekil 2'de gösterildiği gibi, b_1 fonksiyonu dikey eksendeki her noktayı yatay eksendeki diğer noktalarla ilişkilendirir, b_2 ise yatay eksendeki her noktayı dikey eksendekilerle ilişkilendirir.

Cournot model, işbirliğine dayanmayan Nash denge modelidir. Nash dengesine göre; birinci firmanın q_1^* üretim düzeyi, ikinci firmanın q_2^* üretim düzeyine verilen en iyi tepkidir ve q_2^* miktarı da q_1^* tepkisine verilen en iyi tepkidir. Bu noktalar tepki fonksiyonlarının kesiştikleri noktalardır⁶³. Bu noktalardan faydalanarak elde edilen denklemlerin çözümünde (9)'daki denklem elde edilir.

⁶³ Yılmaz, s. 42.

$$q_1^* = b_1(q_2^*) \text{ ve } q_2^* = b_2(q_1^*)$$

$$q_1^* = q_2^* = \frac{1}{3}(\alpha - c) \quad (10)$$

(10)'daki denklemlerle tek bir Cournot – Nash dengesi elde edilmiş olunur. Bu dengede toplam üretim ve piyasa fiyat düzeyi sırasıyla (11)'deki gibidir.

$$Q^* = \frac{2}{3}(\alpha - c)$$

$$p^* Q^* = \frac{1}{3}(\alpha + 2c) \quad (11)$$

(11)'deki denklemlerde α arttıkça, yani talep arttıkça, hem toplam Q^* denge üretim miktarı, hem de p^* piyasa denge fiyatı artar. Bununla birlikte marjinal maliyet artarsa firmanın üretim miktarı düşerken, dolayısıyla toplam üretim de düşer ve piyasa fiyatı artar⁶⁴.

1.2.4.2. *Bertrand Rekabet Modeli*

Bertrand oligopol modelinde firmalar rakiplerin fiyatlarının veri olarak alınabildiği varsayımı altında karı maksimize edecek fiyatları (miktarları değil) bağımsız olarak belirlemektedirler. Cournot modelinde rekabet fiyat üzerinden değil, miktar üzerindedir. Fakat Bertrand'ın fiyatı strateji olarak kullandığı model, yapı olarak Cournot modeline benzemektedir. Ortaya çıkan denge, fiyatlar açısından bir Nash dengesidir ve Bertrand - Nash dengesi olarak bilinmektedir⁶⁵.

Bertrand modeline göre, endüstri simetrikse yani ürünler homojense, firmalar eşit hacimdeyse, özdeş maliyetler varsa ve maliyetler sabitse piyasa dengesi her firmanın fiyatı marjinal maliyete eşit olarak belirlediği bir denge olacak ve Pareto etkin bir sonuç ortaya çıkacaktır. Bu durum Cournot dengesinde firma sayısı azaldıkça Pareto etkinlikten sapmaktadır. Bertrand modelinde ise sonuç firma sayısından bağımsızdır. Bertrand Cournot'dan farklı olarak her duopolcünün miktar yerine diğerinin fiyatını veri aldığı ve fiyatı düşürürse

⁶⁴ Yılmaz, s. 42 – 44.

⁶⁵ Şebnem Kulaksızoğlu, “**Rekabet Hukukunda Yatay Birleşmeler**”, *Yayınlanmış Uzmanlık Tezi*, Rekabet Kurumu, 2003, s. 25.

piyasayı elde edebileceğine inandığı yönünde alternatif bir davranış varsayımı yaparak her duopolcü böyle bir strateji izlediğinde fiyatların sonuçta rekabetçi düzeye ineceğini öne sürmüştür. Bu nedenle homojen mallı Bertrand modelinde Cournot modelinin aksine oligopol dengesi ile tam rekabet arasında fark yoktur.

Nash dengesinin olduğu diğer piyasalar işbirlikçi modeller olarak tanımlanırken, üretilen mal ve hizmetlerin farklılaştığı piyasalarda işbirliksiz modeller öne çıkmaktadır. Bunun birinci nedeni, ürün farklılaştırması firmaların marjinal maliyetlerinin farklı olması, dolayısıyla firmaların karlarını farklı fiyatları maksimize etmeleridir. İşbirliksizliğin ikinci nedeni ise, ürün farklılaştırmasının firmaların farklı talep eğrilerine sahip olmaları ve yine dolayısıyla farklı kar maksimizasyonu fiyatlarına sahip olmalarıdır. Bunlarla birlikte firmaların farklı kalitede ürün üretmeleri durumunda kartel fiyatı türünden fiyatlar geçerli olmayacaktır.

Ürünlerin farklılaştığı duruma ilişkin Bertrand teorisine göre, bir firma ile ona en yakın ikame malını üreten firma arasındaki bir birleşme sonrası ortaya çıkan firmanın fiyatlarını (satışlarını diğer firmalara kaptırmaksızın) arttırmasına imkan verecektir. Burada en yakın ikame malı ifadesi önemlidir. Piyasadaki farklılaştırılmış ürünlerin birbirleriyle ikame derecesi farklıdır, bu açıdan rekabetin tek bir formda olmasını beklemek doğru değildir. Aksine rekabet lokalize olmuştur, bireysel satıcılar kendilerine en yakın ikameyi üreten firmalarla rekabet etmektedirler. Bu nedenle farklılaştırılmış ürün piyasasındaki bir birleşmenin tek yanlı bir fiyat artışı ile sonuçlanma derecesi, birleşen firmaların ürünlerinin birbirlerine göreli yakınlığına yani ne kadar yakın ikame malı olduklarına bağlıdır. Birleşen firmaların ürünleri ne kadar yakınsa birleşme sonrası tek yanlı fiyat artışı o kadar yüksek olacaktır. Eğer A firmasını ikame edebilecek birçok firma varsa A firması ile onun en yakın rakibi arasındaki bir birleşme fiyatları çok fazla arttırmayacaktır⁶⁶. Ancak A'ya yakın sadece tek bir firma varsa bu durumda A ile bu firma arasındaki bir birleşme fiyatların ciddi

⁶⁶ Kulaksızoğlu, s. 26.

şekilde artmasıyla sonuçlanacaktır⁶⁷.

Genel Bertrand modeline göre tek bir malın n sayıda firma tarafından üretildiği bir piyasada, her firma $C_i(q_i)$ maliyet fonksiyonuna sahiptir. Firmanın p fiyatında malına karşılık toplam talep edilen miktar $Q(p)$ 'dir. Böyle, oyuncuların firmalar, her firmanın hareket kümesinin olası tüm fiyatlar kümesi olduğu (negatif olmamak koşulu ile) ve her firmanın tercihlerinin (12)'deki kar fonksiyonuyla ifade edildiği bir oyun kurulmuş olunur.

$$\pi_i = p_i Q(p_i)/m - C(Q(p_i)/m) \quad (12)$$

(12)'deki denkleme göre, i firması en düşük fiyatı uygulayan m tane firmadan biriye eğer, piyasadaki karın $1/m$ kadarını alır.

Bertrand modeline göre, lineer talepli ve sabit marjinal maliyetinin c olduğu varsayılan iki firmalı bir modelde toplam maliyet, $i = 1, 2$ için, $C_i(q_i) = cq_i$ şeklinde olur. Talep fonksiyonu da, $p \leq \alpha$ için $Q(p) = \alpha - p$ ve $p > \alpha$ için $Q(p) = 0$ olur. Her birim malın üretim maliyeti sabit olduğundan, herhangi bir i firması sattığı her birim için $p_i - c$ kadar kar eder. Buna göre firmanın karı (13)'teki gibi tanımlanır⁶⁸.

$$\pi_i(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_i - c)(\alpha - p_i), & \text{eğer } p_i < p_j \\ \frac{1}{2}(p_i - c)(\alpha - p_i), & \text{eğer } p_i = p_j \\ 0 & , \text{eğer } p_i > p_j \end{cases} \quad (13)$$

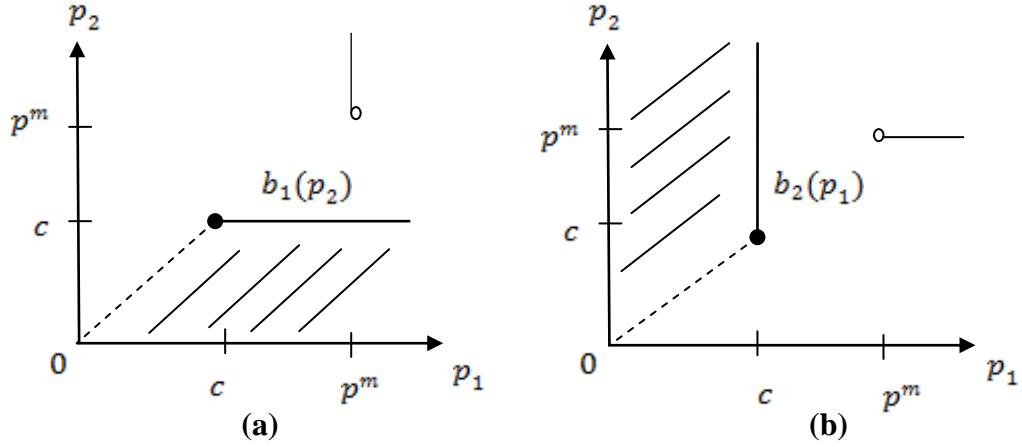
Cournot modelinde olduğu gibi Bertrand modelinde de Nash dengesini bulabilmek için öncelikli olarak firmaların en iyi tepkilerinin bulunması gerekir. Herhangi bir i firmasının karının, herhangi bir j firmasının p_j fiyatının bir fonksiyonu olması durumunda i firmasının karını maksimize eden fiyatı p_m ile ifade edildiğinde, bu fiyat aslında bir tekelin uygulayacağı fiyattır. Herhangi bir i

⁶⁷ Kulaksızoğlu, s. 26.

⁶⁸ Yılmaz, s. 48.

firmasının fayda fonksiyonu farklı p_j değerleri için dört durumda (14)'teki denklemdeki gibi değerlendirilebilir⁶⁹.

$$b_i(p_j) = \begin{cases} \{p_i: p_i > p_j\}, & \text{eğer } p_j < c \\ \{p_i: p_i \geq p_j\}, & \text{eğer } p_j = c \\ \emptyset & , \text{eğer } c < p_j \leq p_m \\ \{p_m\} & , \text{eğer } p_j > p_m \end{cases} \quad (14)$$



Şekil 3: Bertrand modelinde en iyi tepki fonksiyonları

Şekil 3'deki (a) ve (b) panelleri sırasıyla birinci ve ikinci firmanın en iyi tepki fonksiyonlarını göstermektedir. (a) panelinde taralı alan c 'den daha düşük bir p_2 fiyatı için en iyi tepkinin p_2 'den daha yüksek bir fiyat olduğunu göstermektedir. Yukarıya doğru eğimli olan doğrunun siyah olmaması, p_2 'den daha yüksek ($p_2 > p^m$) fiyatların dahil edilmesinden kaynaklanmaktadır. Yatay siyah doğru ise $p_2 = c$ için $p_1 \geq c$ olan herhangi bir fiyatın en iyi tepki olduğunu göstermektedir.

Böyle bir oyunun Nash dengesi (p_1^*, p_1^*) fiyat çifti ise; birinci firmanın p_1^* fiyatı, ikinci firmanın p_2^* fiyatına en iyi tepkidir⁷⁰. Bu tepki fonksiyonunun

⁶⁹ Yılmaz, s. 49.

⁷⁰ Yılmaz, s. 50.

kesiştikleri tek bir nokta vardır. Bu nokta $(\rho_1^*, \rho_1^*) = (c, c)$ noktasıdır. Bu da her firmanın c fiyatını uyguladığı tek bir Nash dengesi durumunu göstermektedir. Bertrand oyununda sonuç olarak $(\rho_1, \rho_1) = (c, c)$ noktası Bertrand Nashdenge noktasıdır. Eğer bir firma c fiyatını uygularsa, diğeri firma da aynı fiyatı uygular, çünkü fiyatı yükseltirse mal satamaz, düşürürse de zarar eder⁷¹.

1.2.5. Eyer Noktasız Oyunlar ve Karma Stratejiler

Teorik olarak bir oyunda eyer noktasının olmaması; oyun matrisinde, satır oyuncusunun minimum kaybı ile sütun oyuncusunun maksimum kazancının kesiştiği bir hücre olmaması anlamına gelmektedir⁷².

Oyunun eyer noktasının olmaması oyunun kararsız olduğunu göstermektedir. Minimaks ilkesinin kararsızlık özelliği nedeniyle gerçek hayatta tam stratejili oyunlarla karşılaşma olasılığı küçüktür. Yani oyuncular tam strateji yerine karma strateji kullanmak durumunda kalırlar. Bu nedenle, oyunlarda çoğunlukla karma stratejiler kullanılır⁷³.

1.2.5.1. Eş ve Üstün Stratejiler

Özellikle boyutları büyük olan $m \times n$ matrisli bir oyunun tepe noktası yoksa oyunun çözümü için farklı alternatifler aranmalıdır. Bunun için oyunu çözmeden önce m ve n boyutlarının küçültülmesi yoluna gidilir. Boyut indirgemek için kullanılan iki yöntem vardır⁷⁴. Bunlar eş ve üstün stratejiler yöntemidir.

Eş stratejilerde, oyun matrisindeki bir satır ya da sütunun tüm elemanları, başka bir satır ya da sütunun karşılıklı elemanlarına eşittir. Bu stratejide, rakibin olası hamleleri karşısında satır oyuncusunun getirileri ve sütun oyuncusunun kayıpları aynı olduğundan biri diğerine tercih edilemez ve bu eş stratejiler arasından rasgele bir eleme yapılır. Eleme ile yapılan boyut indirgemesinin

⁷¹ Yılmaz, s. 50.

⁷² Esin, s. 339.

⁷³ Cinemre, s. 399.

⁷⁴ Cinemre, s. 401.

ardından elde edilen çözüm orijinal problemin de çözümüdür⁷⁵.

Üstün stratejiler; bir oyunda biri diğerine tercih edilebilen ve diğer stratejilerden bazılarını etkisiz hale getiren stratejilerdir. Oyun matrisindeki satır elemanlarının diğer bir satırın karşılıklı elemanlarından büyük, sütunlar arasında ise küçük olan stratejiler, üstün stratejilerdir. Bir matriste sütun oyuncusu hangi stratejiyi oynarsa oynasın, satır oyuncusunun her şekilde kendisine daha fazla kazandıran bir stratejiyi seçecek olduğu için ve sütun oyuncusu da her koşulda kendisine daha az kaybettirecek olan stratejiyi seçecek olduğundan, sütun oyuncusu için küçük, satır oyuncusu içinse büyük değerlere sahip strateji üstündür. Dolayısıyla üstün stratejiler, satır oyuncusu için kendisinden daha az kazandıran, sütun oyuncusu içinse daha fazla kaybettiren stratejileri devre dışı bırakarak bu stratejilere tercih edilen stratejilerdir⁷⁶.

1.2.5.2. Eyer Noktasız Oyunların Çözümü

Eyer noktası bulunmayan oyunlarda oyuncuların en iyi stratejilerini ve oyunun değerini bulmak için aşağıdaki yöntemler kullanılmaktadır⁷⁷:

- Cebirsel yöntem,
- Grafiksel yöntem,
- Matris,
- İterasyon,
- Doğrusal programlama.

Bu oyunların çözümü, çalışmanın “Çözüm Yöntemleri”nde bölümünde anlatılacaktır.

⁷⁵ Cinemre, s. 402.

⁷⁶ Esin, s. 340.

⁷⁷ Esin, s. 341.

1.3. TAM BİLGİLİ DİNAMİK OYUNLAR

Zaman kavramının önemli olduğu oyunlar dinamik oyunlardır⁷⁸. Statik oyunlarda oyuncuların eş anlı hareket ettiği, birbirlerinin hareketlerini gözlemleyemediği kabul edilirken, dinamik oyunlarda ise oyuncular ardışık olarak strateji seçimleri yaparlar ve bir oyuncu hareket ettiğinde diğer oyuncu oyunda ne olduğu bilgisine sahip olur ve buna göre stratejisini belirler. Piyasadaki yerleşik firmalar arasındaki pazarlık süreçlerini dinamik oyunlar mantığı ile incelemek mümkündür. Her firma, ilk olarak rakibinin kullandığı stratejiyi inceler ve bu strateji karşısında en iyi stratejisi ile rakip firmaya karşılık vermeye çalışır.

Statik oyunlarda tepki fonksiyonu, kazanç matrisi gibi kavramlar kullanılırken, dinamik oyunlarda bu kavramlar yer almaz. Dinamik oyunlarda strateji bir hareket değil, oyun anında oluşabilecek tüm olası durumlar karşısında bir oyuncunun hareketlerinin bütünsel bir tanımı olarak nitelendirilir⁷⁹.

1.3.1. Genişleyen Biçimli Oyunlar

Statik oyunlardaki matris gösterimi, dinamik oyunlardaki ardışık hareketlerin gösterimini olanaksızlaştırır. Bu nedenle dinamik oyunlarda ağaç gösterimi kullanılır. Bir ağaç oyunu başlangıç noktasından başlayarak dallar halinde genişleyerek ilerler. Bu nedenle “genişleyen biçimli oyunlar” olarak adlandırılır. Her dal oyuncuların bir hareketini temsil eder. Ağaçtaki her nokta oyuncuların karar verme noktasında olduklarını ifade eder. Karar noktasında hareket sırası gelen oyuncu hareketini belirler. Bir karar noktasından diğerine uzanan tek bir dal vardır. Ağacın en son dalı oyunun bittiğini gösterir. Bu tür oyunlarda döngüler yoktur, yani oyun başladığı noktaya geri dönmez. Ağaç dalları genişleyerek ilerler ve sona ulaşır⁸⁰.

Genişleyen biçimli oyunlar; oyuncuların sayısını, hareket sırasını, oyuncuların olası hareket kümesini ve bu hareketlerle olasılık dağılım

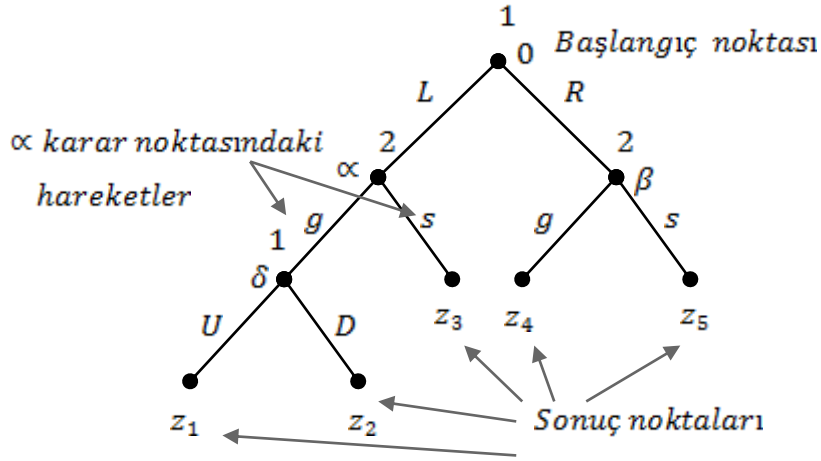
⁷⁸ Kural, s. 100.

⁷⁹ Kural, s. 100.

⁸⁰ Yılmaz, s. 118.

fonksiyonunca tanımlanmış olan doğa karşısındaki hareketlerini, her bir oyuncunun sahip olacağı bilgiyi, her olası hareket bileşimine karşılık gelen n adet oyuncunu kazançlarını tanımlar⁸¹.

Genişleyen biçimli oyunların ağaç biçiminde gösterimi Şekil 4'teki gibidir. Bir oyuncu için oyunun başlangıcı doğa tarafından belirlenebilir. Bu durumda birinci oyuncu için birden çok başlangıç karar noktası olabilir. Şekil 4'te oyun 0 başlangıç noktasından başlar ve birinci oyuncunun ilk hareketi ile dallanır. Oyunun başlangıç noktası da bir karar noktasıdır. Çünkü burada birinci oyuncu hangi hareketi seçeceğine karar verir.



Şekil 4: Genişleyen biçimli bir oyunun temel unsurları

Şekil 4'teki oyunda birinci oyuncu 0 karar noktasından oyuna başlar. Birinci oyuncunun L ve R olmak üzere iki hareketi vardır. Yani 0 karar noktasındaki hareket kümesi $A(0) = \{L, R\}$ 'dir. Buradan sonra sıra ikinci oyuncuya geçer ve birinci oyuncunun hareket seçimine göre ikinci oyuncu α ya da β karar noktalarına gelir. Her iki noktada da ikinci oyuncunun hareket kümesi aynıdır. İkinci oyuncunun hareket sırası geldiğinde bildiği şey, onun bilgi kümesini oluşturur⁸².

⁸¹ Kural, s. 116.

⁸² Yılmaz, s. 118.

Bir bilgi kümesi, aynı karar dallarına sahip olan fakat oyunun hangi karar noktasına ulaşıp ulaşmadığını bilmeyen bir oyuncunun karar noktaları bütünüdür⁸³.

1.3.2. Genişleyen Biçimli Oyunlarda Denge

Dinamik oyunlarda Nash dengesinin en güçlü birimi “alt oyun mükemmel Nash dengesi” kavramıdır. Ancak bu kavramdan önce geri yönlü çıkarsama ilkesini kullanarak dinamik bir oyun için alt oyun mükemmel Nash dengesini bulmak daha kolay olur⁸⁴.

1.3.2.1. Geriye Doğru Çıkarsama

Geriye doğru çıkarsama dinamik oyunlara uygulanan tekrarlayan tam baskınlık ilkesidir. Ancak bu ilke, stratejileri değil, hareketleri kazançları doğrultusunda elemeye dayanır. Bu ilkeyi dinamik oyunlara uygularken, önce son bölüm ile başlanır ve geriye yönelik başarılı düğümler boyunca hareket edilip oyunun başlangıç kısmına ulaşılmaya çalışılır⁸⁵.

Geriye doğru çıkarsama ilkesi aşağıdaki gibi ilerler:

- Oyundaki son karar noktasının incelenmesi.
- Oynanmamış davranışların elenmesi.
- Bu elenmiş davranışların silinmesi.
- Oyun ağacının silinmesi.
- Oyun ağacının yeniden çizilmesi.
- Yukarıdaki sürecin yinelenmesi

⁸³ Ateş, s. 140.

⁸⁴ Bekar, s. 30.

⁸⁵ Bekar, s. 40.

1.3.2.2. *Alt Oyun Mükemmel Denge*

Birçok dinamik oyunda birden fazla Nash dengesi vardır. Ancak, bu dengeler genellikle güvenilir olmayan söz veya iddialar içermektedir. Alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramı, bir oyun için mantıklı çözümün, güvenilir olmayan sözlere veya iddialara inanan oyuncular tarafından verilmeyeceğini söyleyerek bu tür söz veya iddiaları eler. Daha formel olarak alt oyun mükemmel Nash dengesi, oyun için öngörülen çözümün tüm alt oyunlarda bir Nash dengesi olmasını gerektirir. Bir alt oyun, tüm oyunun herhangi bir düğümünden başlayan ve oyunun sonuna kadar devam eden, hiçbir enformasyon kümesini bölmeyen oyunun küçük bir bölümüdür. Bir dinamik oyunun çözümünün tüm alt oyunlarda Nash dengesi olması gerektiğinden her oyuncunun kendi kazancını oyunun her bölümünde artıracak şekilde hareket etmesi gerekmektedir. Bu, güvenilir olmayan sözlere veya iddialara inanılmayacağı veya onların doğrultusunda hareket edilmeyeceği anlamına gelir⁸⁶.

Geriye doğru çıkarsama ilkesinin mantığı, oyuncunun oyunun başından itibaren nasıl ilerleyeceği, sonraki aşamalarda nasıl oynayacağı ile ilgilidir. Ancak bazı durumlarda bunun tersi de doğrudur. Yani oyunun sonradan optimal olarak nasıl oynanacağını belirlemek için önce oyunun başlarında nasıl ilerlediğinin anlaşılması gerekmektedir.

Alt oyun kavramına göre; oyun tek bir karar noktasından başlar, bu karar noktasını takip eden tüm karar ve sonuç noktalarını oyuna dahil eder, asıl oyunun herhangi bir bilgi kümesini kesmez. Bu bilgilere göre kısaca alt oyun; her oyuncunun bilgi kümesindeki tek bir karar noktasından başlayıp tüm sonuç noktalarını da dahil eden karar noktalarını da içine alan oyundur. Alt oyun mükemmel denge, geriye doğru çıkarsama yaklaşımının genel halidir. Mükemmel bilgili her sınırlı genişleyen biçimli oyun için, geriye doğru çıkarsama stratejileri kümesi tam alt oyun mükemmel denge kümesi ile örtüşür⁸⁷.

⁸⁶ Bekar, s. 29.

⁸⁷ Yılmaz, s. 148 – 152.

1.4. EKSİK BİLGİLİ STATİK VE DİNAMİK OYUNLAR

Nash dengesinin ardındaki temel varsayım olan, her oyuncunun diğer oyuncuların hareketleri konusunda doğru inançlara sahip olması durumu, yani oyuncuların oyun hakkında tam bilgiye sahip olması her zaman mümkün olmayabilir. Eksik bilgili bu tür oyunlarda en az bir oyuncu, diğer bir oyuncu hakkında tam bilgiye sahip değildir. Buna örnek olarak gerçek hayatta firmalar birbirlerinin maliyet ve teknoloji yapılarını bilmeyebilirler, ihaleye katılan firmalar birbirlerinin mala verdikleri değeri bilmeyebilir, pazarlığa giren insanlar birbirlerinin aklındaki değerleri bilmeyebilirler. Eksik bilgiye dayanan oyunlar için Bayes yaklaşımı kullanılır⁸⁸.

Bayesyen güncelleme, oyuncuların oyunu oynarken sürekli öğrenme durumu içinde olmalarıdır. Oyuncular zamanla ortaya çıkan bilgilerin yardımıyla bazı olayların daha çok veya daha az olasılıkla gerçekleşeceğini bulabilirler. Bayes oyunları, ortaya bilgiler dahilinde olasılıkların nasıl güncellenebileceğini göstermektedir. ‘*B* olayı gerçekleştiğinde *A* olayının gerçekleşmiş veya gerçekleşme olasılığı nedir?’ sorusunu cevaplandırır. Bu olasılık şekli $P(A|B)$ biçiminde yazılır. *B* olayının olması durumunda *A* olayının gerçekleşme olasılığını ifade eder. Örneğin, noksanlı enformasyon oyunlarında, oyuncu başka bir oyuncunun hamlelerini gözlemleyerek oyuncunun çeşidine ilişkin yeni olasılığı Bayes teoremini kullanarak belirleyebilir.

B olayının gerçekleşme ihtimalinin *O*’dan farklı olduğu *N* adet seçenek arasından bir A_i olayı için olasılık denklem (15)’teki gibidir⁸⁹.

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i).P(A_i)}{\sum_{i=1}^N P(B|A_i).P(A_i)} \quad (15)$$

A_1 ve A_2 olmak üzere iki seçeneği olan bir oyuncu için *B* olayının olması durumunda oyuncunun A_1 seçeneğini seçme olasılığı (15)’teki denklemle

⁸⁸ Yılmaz, s. 185.

⁸⁹ Bekar, s. 46.

hesaplanır⁹⁰.

Diğer tüm oyunlarda olduğu gibi eksik bilgili dinamik oyunlarda da oyuncular karar verirken bir anlamda mükemmel bilgiye sahip değillerdir. Bu tür oyunlarda oyuncular diğer oyuncuların (tüm rakipler ya da bazılarının) daha önce seçmiş oldukları hareketleri bilmemeleriyle beraber oyuncuların özel bilgilerini de bilmezler. Bu nedenle bu tür oyunlarda da oyuncular bilinmeyen olaylar için beklentiler oluştururlar. Ancak eksik bilgili dinamik oyunlarda oyuncuların beklenti oluşturma biçimi biraz farklıdır. Beklentiler sadece oyuncuların denge stratejilerinde türetilmez, çünkü oyunlar bazen denge durumuyla tutarlı olmayan durumlarla karşılaşabilirler. Oyuncuların beklentileri sadece gelecekteki davranışları üzerine kurulu değildir, aynı zamanda geçmiş ile de ilintilidir.

Eksik bilgili dinamik oyunlardaki mantığın en iyi ifade edildiği oyunlar sinyalleme oyunlarıdır. Bununla birlikte her oyunda yer alan Nash dengesi, eksik bilgili dinamik oyunlarda mükemmel Bayesyen Nash dengesi olarak incelenmektedir⁹¹.

1.4.1. Mükemmel Bayesyen Nash Dengesi

Mükemmel Bayesyen Nash dengesindeki birinci koşul; her bilgi kümesinde hareket sırası gelen oyuncu, varılan bilgi kümesinde hangi noktada olduğu konusunda bir inanç oluşturmak zorundadır. Tekil olmayan bilgi kümesi için oluşturulan inanç, bu bilgi kümesindeki karar noktaları için tanımlanan bir olasılık dağılımıdır. Zaten tekil bir bilgi kümesinde karar noktası sadece bir tane olduğundan oyuncunun bu noktada olma olasılığı da birdir. Yani oyuncu kesin olarak hangi noktada olduğunu bilir.

İkinci koşul ise; oyuncuların inançlarını düşünürken stratejileri ardısal rasyonel olmalıdır. Yani hareket sırası gelen oyuncunun her bilgi kümesindeki

⁹⁰ Bekar, s. 46.

⁹¹ Yılmaz, s. 205 – 206.

hareketi ve bunu takip eden stratejileri optimal olmalıdır⁹².

Eksik bilgili dinamik oyunlarda mükemmel Bayesyen Nash dengesine göre oyunun denge stratejileri bakımından oynandığında herhangi bir olasılıkla kesin bir bilgi kümesine varılıyorsa, bu bilgi kümesi “denge patikasıdır” denir. Ancak bir bilgi kümesine kesinlikle varılamıyorsa, bu denge kümesi de “denge dışı patikadır” denir.

Mükemmel Bayesyen dengenin gerçekleşebilmesi için gerekli diğer bir koşul da; denge patikasındaki bilgi kümelerinde inançların Bayes kuralı ve oyuncuların denge stratejileri tarafından belirlenmesidir. Diğer yandan oyuncular sadece denge patikasında değil, denge dışı patikada da makul inançlara sahip olmalıdırlar. Bu da; denge dışı patikalardaki bilgi kümelerinde mümkün yerlerde inançların Bayes kuralı ve denge stratejileri ile belirlenmesi koşuludur.

Tüm bu koşulları sağlayan stratejiler ve inançlar mükemmel Bayes dengesini oluşturur. Bir Nash dengesinde, her oyuncunun stratejisi diğer oyuncuların stratejilerine en iyi tepki olma zorunluluğu, hiçbir oyuncunun mahkum stratejiyi seçmemesini sağlar. Bu da mükemmel Bayes dengenin koşullarındandır. Bu durum mükemmel Bayesyen Nash dengesini sağlar⁹³.

1.4.2. Sinyalleme Oyunları

Sinyalleme oyunları mükemmel Bayes denge kavramının en çok karşılaşıldığı oyunlardır. Bu tür oyunlarda oyuncuların bilgileri eşit değildir. Yani bazıları daha fazla, bazıları ise daha az bilgiye sahip olabilirler. Bu durum herhangi bir oyunda oyuncuların simetrik ve asimetric bilgiye sahip olmalarıdır. Bilgisi az olan oyuncuların oyuna katılmaları beklenmeyebilir. Ancak gerçek hayatta asimetric bilgi dağılımının olduğu oyunlarla daha çok karşılaşılır.

Arabasını satmak isteyen bir kişi ile araba almak isteyenlerin olduğu bir oyunda satıcı arabası hakkında daha çok bilgiye sahiptir. Ancak satıcı arabasının

⁹² Yılmaz, s. 207.

⁹³ Yılmaz, s. 207 – 212.

kalitesine ya da genel durumuna dair alıcıya çeşitli belgeler göstererek alıcının araba hakkında daha fazla bilgi sahibi olmasını sağlar⁹⁴. Bunun gibi daha fazla bilgisi olan oyuncuların daha az bilgisi olan oyunculara sinyal vererek daha fazla bilgi sahibi olmalarını sağladığı oyunlar sinyalleme oyunlarıdır.

Daha fazla bilgisi olan oyuncunun gönderdiği sinyaller, daha az bilgisi oyuncu için şüpheli olabilir. Gerçekte tüm sinyalleme oyunları, aslında hangi sinyallerin gönderilmesi gerektiği ve diğer oyuncunun bu sinyallere nasıl tepki vereceği ile ilgilidir. Sinyalleme oyunlarında daha fazla bilgisi olan oyuncular göndericilerdir. Bilgiyi alacak olan daha az bilgili oyuncular ise alıcıdır.

Ekonomide sinyalleme oyunları ilk kez Michael Spence tarafından 1974 yılında emek piyasası için kullanılmıştır. Spence'in modelinde gönderici işçi, alıcı ise işverendir. Sinyalleme oyunlarının ekonomide kullanıldığı pek çok alan vardır. Ayrıca tek aşamalı sinyalleme oyunlarının yanı sıra çok karşılaşılsa da tekrarlı sinyalleme oyunları da vardır.

Sinyalleme oyunlarında genellikle ilk hareket eden göndericidir. Çünkü daha az bilgisi olan alıcıya sinyal göndererek bilgilenmesini sağlar. Ancak tersi olan durumlar da olabilmektedir. Bu durum genelde alıcının göndericiye bir kontrat sunduğu ve göndericinin buna göre tepki verdiği durumları tanımlar. Emek piyasasında işveren işçiye ilk önce ücret teklifinde bulunması buna örnek olabilir. İşçi daha sonra teklife göre eğitim düzeyini ya da yeteneklerini geliştirme konusunda karar verebilir. Bu tür oyunlar “tarama oyunları” olarak tanımlanır⁹⁵.

1.5. TEKRARLI OYUNLAR

Mahkumlar çıkmazı yada Cournot modelinde olduğu gibi bu tür statik oyunlarda oyuncuların birbirlerini bir kerelik etkilemelerine olanak tanınır⁹⁶. İktisadi yaşamda oyun belirli bir dönemde oynanmasına karşın, alınan kararların etkileri yine aynı dönem içinde sürebilmektedir. Bu nedenle statik oyunun

⁹⁴ Yılmaz, s. 215.

⁹⁵ Yılmaz, s. 216.

⁹⁶ Ateş, s. 186.

yinelenen oyunlarından oluşan bir dinamik oyundan söz edebiliriz. Mahkumlar çıkmazında her bir oyuncu için iki strateji varken (iş birliği yapmak ya da iş birliğinden kaçmak), tekrarlı mahkumlar çıkmazında strateji daha karmaşıktır. Bir oyuncu karar verirken diğer oyuncunun geçmişte verdiği kararların etkisi altındadır⁹⁷.

Tekrarlı oyunlarda periyot sıfırdan başlar. Bu nedenle ilk periyot $t = 0$ olarak ifade edilirken, eğer varsa son periyot T ile ifade edilir. Böylece oyunda toplamda $T + 1$ periyot olur. Bu tür oyunlar “sonlu tekrarlı oyunlar” olarak tanımlanır. Eğer oyunun tekrar sayısının sonu yoksa, bu tür oyunlar da “sonsuz tekrarlı oyunlar” olarak tanımlanır.

Oyuncu kümesi $N = \{1, \dots, n\}$ olan bir G oyununda, her oyuncunun tam hareket uzayı A_i ile gösterilirken, oyundaki hareket profiller uzayı $A = \prod_{i \in N} A_i$ şeklinde ifade edilir. G oyununda i oyuncusunun t periyodunda yaptığı hareket ise a_i^t ile ifade edilir. Bu durumda t periyodunda oynanan hareket profili n adet oyuncunun tekrarlı hareketlerinden oluşur ve $a^t = (a_1^t, \dots, a_n^t)$ şeklinde gösterilir. Oyuncuların belirli bir t periyoduna kadar yaptıkları tüm hareketler de $h^t = (a^0, a^1, \dots, a^{t-1})$ ile oyuncuların tekrarlı oyun hareket profillerinin kombinasyonunu verir. Bu ifadelerden yola çıkarak bir oyunda h^{t-1} tarihi ve a^{t-1} hareket profili birlikte $h^t = (h^{t-1}; a^{t-1})$ şeklinde ifade edilir. Bu arada A tekrarlı oyununda t periyodunda hareket profiller uzayının t katlı kartezyen çarpımı (16)'daki gibi gösterilir⁹⁸.

$$A^t = \prod_{j=0}^{t-1} A_j \quad (16)$$

Herhangi bir i oyuncusunun geçmiş hareketlere dayandırarak t periyodundaki tekrarlı oyun stratejisi s_i^t ile gösterilir. Bu da $a_i^t = s_i^t(h^t)$ ile ifade edilir.

⁹⁷ Ateş, s. 186.

⁹⁸ Yılmaz, s. 259.

1.5.1. Sonlu Tekrarlı Oyunlar

Tekrarlı oyunların temel mantığında aslında kısa ve uzun dönem faydaların karşılaştırılması yatar. Uzun dönemde daha fazla fayda sağlayabilmenin beklentisi, kısa dönemli bir avantajdan vazgeçmeye sebep olur. Tekrarlı bir oyunun sonucu aslında stratejik bir oyunun sonuçlarından oluşan bir dizi olduğu için tekrarlı bir oyundaki her stratejik oyunun sonucunu bir fayda düzeyi ile ilişkilendirmek ve her sonuçlar dizisinde elde edilen faydaları iskonto ederek yani bugüne indirgeyerek değerlendirmek gereklidir. Daha formel olarak ifade etmek gerekirse; her i oyuncusu bir stratejik tekrar oyununun u_i gibi bir fayda fonksiyonuna sahiptir ve iskonto oranı da $\delta \in [0,1]$ 'dir.

$$u_i(a^1) + \delta u_i(a^2) + \delta^2 u_i(a^3) + \dots + \delta^{T-1} u_i(a^T) = \sum_{t=1}^T \delta^{t-1} u_i(a^t) \quad (17)$$

(17)'deki denklemde a^t , t periyodundaki hareket profilini ifade ederken, δ^t ise t periyodunda elde edilen bir birimlik faydanın bugünkü değerini vermektedir. Toplam periyot $T < \infty$ olduğu durumda oyun sonlu bir zaman ufku içermekte olduğu anlaşılır⁹⁹.

1.5.2. Sonsuz Tekrarlı Oyunlar

Tekrarlanan oyununun zaman ufku sınırsız olduğunda gelecekte oluşacak kazançların bugünkü değerine indirgenmesi gerekmektedir. Sonsuz zaman ufkunda tekrarlı bir oyunda herhangi bir oyuncunun kazancı, her bir dönemde elde edilen kazançların toplamının bugünkü değeridir.

Oyuncunun t döneminde elde ettiği kazanca \prod_t ve indirgeme oranına da δ olarak ifade edilen bir oyunda iskonto değeri, yani bugünkü değer denklem (18)'deki gibidir¹⁰⁰.

⁹⁹ Yılmaz, s. 263- 264.

¹⁰⁰ Ateş, s. 195 – 198.

$$V = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \Pi_t, \quad \delta = \frac{1}{1+r} < 1 \quad (18)$$

Sonsuz zaman ufkuna sahip bir oyunda son periyot belli olmadığı için denge değerine geriye doğru çıkarsama yoluyla ulaşılabilir. Bunun yerine, stratejiyi her bir t periyodunda yaptıklarının özeti olarak tanımlanan farklı bir yöntem kullanılır. Yani t periyodundaki durum, oyuncunun tüm geçmiş davranışlarını göstermektedir. Ancak dengenin bu şekilde ulaşmaya çalışmak sonsuz sayıda dengeyle karşılaşmaya sebep olabilir. Böyle bir durumla karşılaşmamak için genellikle belirli bir sonuca odaklanılır. Örneğin Pareto optimal sonuca göre, herkesin kazancı aynı anda artırılmaz. Mahkumlar çıkmazı oyunu açısından ise bu durum, her bir dönemde mahkumların işbirliğine girmesi demektir¹⁰¹.

1.5.3. Folk Teoremi

Tekrarlanan oyunlarda tek periyotlu bir oyunun anlaşmaya dayalı miktar vektörü a^t , sürdürülebilir işbirliğine dayanmayan oyunlardaki Nash dengesine dönüşür. Bu miktarlar bileşik kârları maksimize etmektedir. Bunlar, Cournot miktarlarını gösteren q^0 vektöründen daha fazla kâr verebilen miktarlar olabilir. “Folk Teoremi”nin farklı versiyonlarının ardında yatan temel gerçeklik, eğer iskonto oranı δ yeterince büyükse, bir başka deyişle eğer yeteri miktarda ağırlık gelecek üzerine verilirse, Cournot Nash denge noktasının ötesinde herhangi bir vektör, tekrarlanan oyunun Nash dengesi olarak sürdürülebilir¹⁰².

İlk olarak 1986 yılında Fudenberg ve Maskin tarafından ileri sürülen Folk teoremine göre; eğer oyuncular yeteri kadar sabırlıysa, herhangi bir olası bireysel rasyonel fayda düzeyi bir denge sonucu olabilir. Yani iskonto oranı δ bire yaklaştıkça, tekrarlı oyunlar herhangi bir fayda düzeyinin denge sonucu

¹⁰¹ Ateş, s. 195 – 198.

¹⁰² M. Bağış Akkaya, “Gizli Anlaşma: Oyun Teorisi Yaklaşımı”, *Yayınlanmış Uzmanlık Tezi*, Rekabet Kurumu, 2003, s. 30.

olmasına olanak tanır¹⁰³.

Folk teoremine göre, iskonto oranı yeterince büyükse, Pareto'nun "minimaks noktası"na baskın olduğu getiriler sonsuz tekrarlanan oyunlarda Nash dengesi olarak ortaya çıkmaktadır. Fudenberg ve Maskin'in birinci teoremi gelecek getirinin iskonto edildiği iki oyunculu oyunu ele almaktadır. Buna göre, eğer herhangi bir sapmadan sonra her iki oyuncu da rakibinin maksimum getirisini minimize eden stratejilere belirli bir süre için geri dönerse, Pareto'nun minimaks noktasına baskın olduğu her iki oyuncu için mükemmel alt oyun dengesi ortaya çıkmaktadır¹⁰⁴.

Tekrarlı bir G oyununda $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ fayda düzeyleri, oyundaki tam strateji faydalarının ağırlıklandırılmış ortalaması ise bunlar olası faydalardır. Bu olası faydalar sonsuz tekrarlı oyundaki indirgenmiş ortalama faydalar anlamındadır.

Herhangi bir statik oyunda ve iskonto oranından bağımsız tekrarlı bir oyunun herhangi bir Nash dengesinde bir i oyuncusunun elde edeceği minimum fayda minimaks düzeyindedir (\underline{v}_i). Buradaki minimaks faydalarına pareto baskın olan faydalara "bireysel rasyonel faydalar" denir. Olası kesin bireysel rasyonel faydalar kümesi (19)'daki gibi ifade edilir.

$$\{v \in V \mid v_i > \underline{v}_i, \forall i\} \quad (19)$$

Herhangi bir olası kesin bireysel rasyonel fayda vektörü olarak ifade edilen v için öyle bir iskonto oranı vardır ki ($\underline{\delta} < 1$), bu tüm $\delta \in (\underline{\delta}, 1)$ iskonto değerleri için v fayda düzeyini sağlayacak $G(\delta)$ tekrarlı oyununun bir Nash dengesi vardır¹⁰⁵.

¹⁰³ Yılmaz, s. 286.

¹⁰⁴ Akkaya, s. 30.

¹⁰⁵ Yılmaz, s. 286 – 290.

1.6. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Oyun teorisinde, herhangi bir oyunun çözümü için oyunun türüne göre çeşitli çözüm alternatifleri vardır. Hangi çözüm yönteminin kullanılması gerektiğine karar verirken oyunun eyer noktasının olup olmadığı, oyunun kaç boyutlu olduğu gibi durumlara dikkat edilir.

1.6.1. 2x2 Oyunların Çözümü

Satır oyuncusu ve sütun oyuncusunun iki stratejisinin olduğu oyunlardır. Bu oyunların çözümünde kullanılan cebirsel yöntem ve kısa yöntem çözüm yaklaşımları aşağıda açıklanmıştır.

1.6.1.1. Cebirsel Yöntem

Şekil 5'deki gibi 2×2 ' lik bir oyunda, satır oyuncusu birinci stratejisini p olasılıkla oynarsa, ikinci stratejisini $(1 - p)$ olasılıkla oynar.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Şekil 5: 2×2 ' lik bir matris

Satır oyuncusu en büyük karı elde edebileceği p değerini bulmayı amaçlar. Bu durumda satır oyuncusu için, sütun oyuncusunun strateji seçimine göre değişen iki adet beklenen değer söz konusudur. Satır oyuncusunun beklenen kazancı, sütun oyuncusu ilk stratejisini seçerse (20)'deki gibi, ikinci stratejisini seçerse (21)'deki gibi olur.

$$E_1 = pa_{11} + (1 - p)a_{21} \quad (20)$$

$$E_2 = pa_{12} + (1 - p)a_{22} \quad (21)$$

Satır oyuncusunun kazancının her türlü koşulda aynı olması demek, p olasılık değerinin her iki denklemi de sağlaması demektir. Oyun her tekrar edildiğinde sütun oyuncusu beklenen değeri daha düşük elde edilecek olan stratejiyi seçer. Oyunun en az kazancı \forall olduğunda, p olasılık değeri (20) veya

(21)'deki denklemlerden birinde yerine koyulmasıyla bulunur¹⁰⁶.

$$\underline{v} = p a_{1j} + (1 - p) a_{2j} \quad (22)$$

Sütun oyuncusu da stratejilerini q ve $(1-q)$ olasılıklarla seçer ise; sütun oyuncusunun beklenen kazancı (23) ve (24)'teki gibi olur.

$$F_1 = q a_{11} + (1 - q) a_{12} \quad (23)$$

$$F_2 = q a_{21} + (1 - q) a_{22} \quad (24)$$

Sütun oyuncusunun en iyi strateji karması olan \bar{v} değeri, q değerinin (23) veya (24)'te yerine koyulmasıyla bulunur¹⁰⁷.

$$\bar{v} = q a_{i1} + (1 - q)a_{i2} \quad (25)$$

1.6.1.2. Kısa Çözüm Yöntemi

Şekil 5'teki gibi bir matrisi olan eyer noktasız bir oyunda, satır oyuncusu birinci stratejisini x_1 olasılıkla, ikinci stratejisini x_2 olasılıkla seçer ise olasılıklar toplamı 1 olduğu için $x_1 + x_2 = 1$ olur.

Satır oyuncusunun amacının minimum kazancını en büyüklemek olduğu için (26)'daki gibi iki eşitsizlikle elde edilir.

$$a_{11} x_1 + a_{21} x_2 \geq v \quad (26)$$

$$a_{12} x_1 + a_{22} x_2 \geq v$$

Satır oyuncusunun oluşturacağı stratejiler, en az oyunun değerine eşittir. Bu eşitsizlikler, eşitlik durumuna getirildiği zaman elde edilecek üçlü denklem sistemi çözümlerse, (27)'deki denklemler elde edilir¹⁰⁸.

¹⁰⁶ Cinemre, s. 405 – 408.

¹⁰⁷ Cinemre, s. 405 – 408.

¹⁰⁸ Esin, s. 342 – 343.

$$\begin{aligned}
a_{11} x_1 + a_{21} x_2 &= v \\
a_{12} x_1 + a_{22} x_2 &= v
\end{aligned}
\tag{27}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} - a_{12}}$$

(27)'deki denklemler sistemi çözüldüğünde x_1 ve x_2 (28) gibi bulunur¹⁰⁹.

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} - a_{12} + a_{22} - a_{21}}
\tag{28}$$

$$x_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} - a_{12} + a_{22} - a_{21}}$$

Oyun değeri ise (28)'deki x_1 ve x_2 denklemleri kullanılarak (29)'daki denklem ile çözülür¹¹⁰.

$$v = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12} a_{21}}{a_{11} - a_{12} + a_{22} - a_{21}}
\tag{29}$$

1.6.2. 2xn veya mx2 Boyutlu Oyunların Çözümü

2xn ve mx2'lik oyunların çözümünde alt oyun yöntemi ve grafiksel yaklaşım yöntemlerinden yararlanılmaktadır.

1.6.2.1. Alt Oyun Yöntemi

2x3 veya 3x2 boyutlu denge noktasız bir oyunda, hangi stratejilerin ne oranda kullanılması gerektiği, rasgele herhangi bir strateji oyun dışı bırakılarak elde edilir. Matris 2x2 haline getirilerek cebirsel yöntemle incelenir ve dışarıda bırakılan stratejinin yokluğunun neden olduğu fayda ya da zarar durumu bulunur¹¹¹.

¹⁰⁹ Esin, s. 342 – 343.

¹¹⁰ Esin, s. 344.

¹¹¹ Sedat, Akalın; **Yöneylem Araştırması**, İzmir, Ege Üniversitesi Yayınları, 1979, s. 474 – 476.

$$\begin{array}{cc}
& B_1 & B_2 \\
A_1 & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \\
A_2 & \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \\
A_3 & \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}
\end{array}$$

Şekil 6: 3x2' lik bir matris

Şekil 6'daki gibi 3x2 matrisli oyunda, satır oyuncusunun A_1 stratejisini hiç düşünmediği varsayıldığında A_2 ve A_3 stratejileri sırasıyla p ve $(1-p)$ olasılıkla oynanırsa, satır oyuncusunun beklenen kazancı (30) ve (31) numaralı denklemlerdeki gibi olur.

$$E_2 = p a_{21} + (1 - p)a_{31} \quad (30)$$

$$E_3 = p a_{22} + (1 - p)a_{32} \quad (31)$$

(30) ve (31)'deki bu iki eşitliğin birlikte çözülmesiyle bulunan p değerinin eşitliklerden herhangi birinde yerine konmasıyla indirgenmiş matrisin \underline{v} değeri bulunur. Eğer bulunan bu \underline{v} değeri, 3x2 boyutlu orijinal oyunun değeri (\underline{v}) ise, o halde satır oyuncusunun A_1 stratejisini oyuna dahil etmesiyle elde edeceği gerçek \underline{v} değeri daha küçük bir değer olmalıdır. Buna göre satır oyuncusu A_1 stratejisini kullanırsa oyunun değeri; satır oyuncusunun sırasıyla A_2 ve A_3 stratejilerini oynaması durumunda (32) ve (33)'teki sütun oyuncusuna göre olan beklenen değerlerin birlikte çözülmesiyle bulunan q değerinin (25) numaralı denklemde yerine konmasıyla bulunur¹¹².

$$R_2 = p a_{21} + (1 - p)a_{22} \quad (32)$$

$$R_3 = p a_{31} + (1 - p)a_{32} \quad (33)$$

Oyunun değeri A_1 stratejisinin oyun dışı bırakılmasıyla elde edilen 2x2'lik matrisin oyun değerinden küçük ise bu noktada A_1 stratejisini kullanmak akıllıca değildir ve çözüm dışı bırakılması kabul edilebilir. Eğer \underline{v} değeri, indirgenmiş

¹¹² Akalın, s. 477 – 480.

matrisin oyun değerinden büyükse, bu durumda A_1 stratejisi oyun dışı bırakılmalıdır. Çünkü A_2 ve A_3 stratejilerinin kullanılmasıyla elde edilecek faydanın daha fazla olacaktır. A_2 ve A_3 stratejileri için de aynı yöntem uygulanarak bu stratejilerin optimal stratejiler olup olmadıkları belirlenir.

Ancak bir tarafın iki, diğer tarafın ise ikiden fazla stratejisinin olduğu oyunlarda alt oyun yöntemi kullanarak çözüme ulaşmak oldukça uzun sürer. Bu nedenle grafik yöntemin uygulanması daha uygundur¹¹³.

1.6.2.2. *Grafiksel Yöntem*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix}$$

Şekil 7: $2 \times n$ ' lik bir matris

Şekil 7'deki gibi $2 \times n$ boyutlu bir matriste, satır oyuncusunun A_1 ve A_2 stratejilerini x_1 ve $1 - x_1$, ($0 \leq x_1 \leq 1$) olasılıkla oynadığı oyunlarda, sütun oyuncusunun n adet stratejisine karşılık satır oyuncusunun beklenen kazancı denklem (34)'teki gibi ifade edilir.

$$x_1 = (a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j} \quad j=1, 2, 3, \dots, n \quad (34)$$

Bu durumda satır oyuncusu beklenen minimum kazançları maksimum kılan x_1 değerini (35)'teki gibi belirlemeye çalışır¹¹⁴.

$$\max_{0 \leq x_1 \leq 1} \{ \min_j [x_1(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j}] \} \quad (35)$$

$2 \times n$ boyutlu matrisi olan bir oyunda, sütun oyuncusunun n tane stratejisi koordinat sisteminde n tane doğru tanımlamaktadır. Oyunun çözümünün ortaya çıktığı noktada daima kesişen bir çift strateji vardır. Bu nedenle oyunun çözümü için önce doğruların çizilmesi gerekir. Sütun oyuncusunun B_n stratejisine karşılık

¹¹³ Akalın, s. 477 – 480.

¹¹⁴ Hamdi Taha, **Operations Research: An Introduction**, 7th ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003, s. 536

satır oyuncusunun beklenen kazancı (34)'teki denklem ile çözülür ve buna grafik çizilir. Çizilen grafikte x_1 'in her bir değeri için doğruların o noktadaki yüksekliği sütun oyuncusunun ödemesi gereken miktarı gösterir. Herhangi bir B_j stratejisi için en küçük kazancın en büyük olacağı bir karma strateji bulabilmek için B_n stratejileri için bir alt sınır çizilir. Bu durumda sütun oyuncusunun en iyi stratejisi, alt sınırın en üst noktası olan iki doğrunun kesiştiği noktadır. Bu noktanın yatay eksene olan uzaklığı oyunun değerine eşittir.

Eğer bu noktada kesişen birden çok strateji var ise bunlardan herhangi ikisi rastgele seçilir. Bundan sonra matrisin boyutu 2×2 'ye indirgenmiş olur ve çözüm buradan devam eder¹¹⁵.

Sütun oyuncusunun stratejileri y_1 ve $1 - y_1$ olasılıkla oynadığı $m \times 2$ oyunlarda ise, satır oyuncusunun m adet stratejisi (36)'daki denklem ile elde edilir ve bu şekilde m adet doğru oluşturulur.

$$y_1 = (a_{i1} - a_{i2}) + a_{i2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (36)$$

Sütun oyuncusu için en iyi noktalar kümesi ise (37)'deki denklem ile belirlenen doğruların üzerinde kalan alandır¹¹⁶.

$$\min_{0 \leq y_1 \leq 1} \{ \max_i [y_1 (a_{i1} - a_{i2}) + a_{i2}] \} \quad (37)$$

Bu alanda sütun oyuncusu için aşağıdaki kadar kombinasyon adedince oyun değeri bulunur. Ancak bunların içinde maksimin ilkesine uyan tek \bar{v} değeri vardır. Bu değer de alanın en alt noktasında ortaya çıkar. Çünkü sütun oyuncusu, en büyük kaybını en küçüklemeye çalışmaktadır¹¹⁷.

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} \quad (38)$$

¹¹⁵ Cinemre, s. 409 – 411.

¹¹⁶ Taha, s. 538.

¹¹⁷Frederick S., Hillier –Gerald J., Lieberman; **Introduction to Operations Research, 7th. ed., Boston, McGraw-Hill, 2001, s. 444.**

1.6.3. $m \times n$ Boyutlu Oyunların Çözümü

$2 \times n$ veya $m \times 2$ olmayan ya da bu boyutlardan birine indirgenemeyen $m \times n$ oyunlar doğrusal programlama yöntemi ile çözülürler. Oyunun tepe noktasının bulunmadığı kabul edildiğinden dolayı her iki oyuncu da karma stratejileri kullanır¹¹⁸.

1.6.3.1. Doğrusal Programlama İle Çözüm

Stratejilerin $2 \times n$ veya $m \times 2$ 'ye indirgenemediği eyer noktasız oyunlar için doğrusal programlama yöntemi uygulanmadan önce, problemin doğrusal programlamaya uygun olarak modellenmesi, yani kanonik formunun oluşturulması gerekmektedir.

Modelleme esnasında öncelikli olarak oyunun değeri olan v değerinin pozitif olduğu kabul edilir. Böyle bir durumda eğer oyun matrisinde negatif a_{ij} değerleri varsa, oyun matrisinin her bir elemanına L gibi bir sabit sayı eklenerek tüm negatif a_{ij} değerlerinin pozitif olması sağlanır. Oyunun çözümünde ise bulunan değerden eklenen L değeri çıkarılarak oyunun gerçek değeri bulunmuş olur¹¹⁹.

Satır oyuncusu stratejilerini p_1, p_2, \dots, p_m , ($\sum_{i=1}^m p_i = 1$) olasılıkları ile oynadığında sütun oyuncusunun B_n strateji seçimlerine karşılık satır oyuncusunun beklenen kazancı (39)'da yer alan denklem sistemiyle açıklanır.

$$\begin{aligned} B_1 \text{ için } E_1 &= a_{11} p_1 + a_{21} p_2 + \dots + a_{m1} p_m \\ B_2 \text{ için } E_2 &= a_{12} p_1 + a_{22} p_2 + \dots + a_{m2} p_m \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ B_n \text{ için } E_m &= a_{1n} p_1 + a_{2n} p_2 + \dots + a_{mn} p_m \end{aligned} \quad (39)$$

¹¹⁸ Cinemre, s. 415.

¹¹⁹ Cinemre, s. 418.

Satır oyuncusu için oyunun değeri onun elde edeceği en az kazançtır. Bu nedenle v değeri oyunda alt değerdir. Bu alt değer, sütun oyuncusunun her bir hamlesi karşısında satır oyuncusunun ρ_i olasılıkla oynayacağı n adet eşitsizlik beliler. Buna göre satır oyuncusu için oyun kısıtlayıcılarıyla birlikte (40)'daki gibi modellenir¹²⁰.

$$\begin{aligned}
 Z_{enb} &= \underline{v} && \text{(Amaç Fonksiyonu)} \\
 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \rho_i &\geq \underline{v} && \text{(Kısıtlayıcılar)} \\
 \rho_i &\in [0,1] && j = 1, 2, \dots, n \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{40}$$

Oyunun doğrusal programlama ile çözülebilmesi için kısıtlayıcıları oluşturan eşitsizliklerin sağ taraf sabitlerinin bilinen değerlere dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu nedenle eşitsizliğin her iki tarafı \underline{v} 'ye bölünür. Burada

$\frac{\rho_i}{\underline{v}} = x_i$ olarak kabul edildiğinde (41)'deki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i a_{ij} &\geq 1 \\
 i &= 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, \dots, m
 \end{aligned} \tag{41}$$

(41)'de elde edilen denklem ile n adet kısıt fonksiyonu elde edilmiş olur.

$\sum_{i=1}^m \rho_i = 1$ bağıntısı dikkate alındığında $x_i = \frac{1}{\underline{v}}$ olacağı için amaç fonksiyonu da (42)'deki gibi olur.

$$\begin{aligned}
 Z_{enk} &= \frac{1}{\underline{v}} = x_i \\
 i &= 1, 2, 3, \dots, m
 \end{aligned} \tag{42}$$

¹²⁰ Cinemre, s. 415 – 416.

Dolayısıyla problem en küçükleme halini almış olur. Satır oyuncusunun garanti edilmiş kazancı olan \underline{v} 'yi en büyükleme için $\frac{1}{\underline{v}}$ 'nin en küçüklenmesi gerekmektedir. Bu durum da $x_i = \frac{1}{\underline{v}}$ olduğundan \underline{v} 'yi en büyükleme için aynı zamanda x_i 'yi de büyükleme demektir. En küçükleme problemine dönüşmüş olan eyer noktasız $m \times n$ oyunun çözümü (43)'teki gibi olur¹²¹.

$$Z_{enk} = \frac{1}{\underline{v}} = x_i \quad (\text{Amaç Fonksiyonu})$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i a_{ij} \geq 1 \quad (\text{Kısıtlayıcılar})$$

$$x_i \in [0,1] \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Sütun oyuncusu için doğrusal programlama modeli, satır oyuncusu için yaratılmış olan modelinin duali olarak kabul edilebilir ya da problem sütun oyuncusuna göre de doğrusal programlama modeli kurularak çözülebilir. Model, minimaks ilkesi gereğince sütun oyuncusu için en küçükleme problemidir ve en fazla kaybını en aza indirecek şekilde kurulur.

Sütun oyuncusu stratejilerini q_1, q_2, \dots, q_n ($\sum_{j=1}^n q_j = 1$) olasılıkları ile oynadığı kabul edildiğinde, satır oyununun seçeceği stratejilere bağlı olarak sütun oyuncusunun beklenen kazancı (44)'teki denklem sistemiyle açıklanır.

$$\begin{aligned} A_1 \text{ için } F_1 &= a_{11} q_1 + a_{21} q_2 + \dots + a_{n1} q_n \\ A_2 \text{ için } F_2 &= a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + \dots + a_{2n} q_n \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ A_m \text{ için } F_n &= a_{m1} q_1 + a_{m2} q_2 + \dots + a_{mn} q_n \end{aligned} \quad (44)$$

¹²¹ Cinemre, s. 416.

Sütun oyuncusu amacı, rakibi ne yaparsa yapsın en büyük kaybını en aza indirmek ve oyunun değerinin en fazla, beklenen kayıplarından en büyüğüne eşit olması olacaktır. Bu amaçla sütun oyuncusu oyunun üst değeri olan \bar{v} 'yi aşağılara çekmeye çalışır. Sütun oyuncu için sütun en büyükleri satırının oluşturduğu amaç fonksiyonu ve kısıtları ile birlikte doğrusal programlama modeli (45)'teki gibi kurulur.

$$Z_{enk} = \bar{v} \quad (\text{Amaç Fonksiyonu}) \quad (45)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m q_j a_{ij} \leq \bar{v} \quad (\text{Kısıtlayıcılar})$$

$$q_j \in [0,1] \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

Satır oyuncusu için kurulmuş olan doğrusal programlama modelinde olduğu gibi sütun oyuncusu için kurulan modelin kısıtlarındaki sağ taraf sabitlerinin de negatif olmamalarını sağlamak için her iki taraf \bar{v} 'ye bölünür.

$\sum_{j=1}^n q_j = 1$ bağıntısı dikkate alındığında $\frac{1}{\bar{v}} = y_j$ olarak kabul edildiğinde $\frac{q_j}{\bar{v}} = y_j$ olur. Bu durumda modelin kısıt fonksiyonları (46)'daki gibi olur.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m y_j a_{ij} \leq 1 \quad (46)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

Bununla birlikte modelin amaç fonksiyonu da (47)'deki şekline dönüşür¹²².

$$Z_{enb} = \frac{1}{\bar{v}} = y_j \quad (47)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

¹²² Cinemre, s. 417.

Eyer noktasız bir $m \times n$ oyunun sütun oyuncusu için kurulan doğrusal programlama modeli aşağıdaki şekilde formüle edilmiştir¹²³.

$$Z_{enb} = \frac{1}{\bar{v}} = y_j \quad (\text{Amaç Fonksiyonu}) \quad (48)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m y_j a_{ij} \leq 1 \quad (\text{Kısıtlayıcılar})$$

$$y_j \in [0,1] \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

1.6.3.2. Cebirsel Yöntemle Çözüm

Cebirsel yöntemle oyunları çözebilmek için denklem ve eşitsizlikleri bir arada çözmek gerekir. Bu nedenle kazanç matrisi $m \times n$ olan bir oyun için, satır oyuncusu m adet stratejisini x_i olasılıkla oynar. Sütun oyuncusu ise n adet stratejisini y_j olasılıkla oynar. Satır ve sütun oyuncularının x_i ve y_j olasılıklarla oynadığı oyunda m ve n adet strateji kombinasyonu ile $m+n+1$ adet değişken ve $m+n+2$ adet eşitlik veya eşitsizlik elde edilir. Bu duruma ilişkin eşitlik ve eşitsizlikler (49) ve (50)'deki gibidir¹²⁴.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \quad (49)$$

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = 1$$

$$x_1 a_{1j} + x_2 a_{2j} + \dots + x_m a_{mj} \geq \underline{v} \quad (50)$$

$$y_1 a_{i1} + y_2 a_{i2} + \dots + y_n a_{in} \leq \bar{v}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Bu denklem sistemlerindeki eşitsizlikler, eşitlik olarak kabul edilerek oyuncuların strateji vektörleri olan x_i ve y_j olasılık değerleri ve oyunun değeri

¹²³ Cinemre, s. 417 – 418.

¹²⁴ Esin, s. 358.

bulunmuş olur¹²⁵.

1.6.3.3. Matris Çözüm

Matris çözümü eyer noktasız oyunlarda m ve n 'nin küçük değerleri ve $m=n$ durumlarında kullanılabilecek bir yöntemdir. Çünkü m ve n değerleri büyüdüğünde, matris boyutu büyür ve boyut büyüdükçe de hem determinantını almak zorlaşır hem de sonuca ulaşmak zorlaşır. Matrisi (51)'deki gibi olan bir oyunda I derecesi A matrisinin derecesine eşit olan bir satır vektörü olmak üzere, satır oyuncusunun strateji vektörü (52)'deki gibi olur.

$$A = (a_{ij}) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (51)$$

Satır ve sütun oyuncularının strateji vektörleri (52)'deki formüller ile hesaplanırken, oyunun değeri de (53)'teki denklem ile bulunur¹²⁶.

$$[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m] = \frac{I \cdot adjA}{I \cdot adjA \cdot I^t} \quad (52)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \frac{I \cdot (adjA)^t}{I \cdot adjA \cdot I^t}$$

$$v = \frac{|A|}{I \cdot adjA \cdot I^t} \quad (53)$$

1.6.3.4. Yinelemeli Çözüm

Oyunun eyer noktası olmadığı zaman çözüm yollarından biri de yinemeli çözüm yöntemidir. Yineleme (iterasyon), genellikle oyunların bilgisayar destekli çözümünde kullanılan bir yöntemdir. İterasyon yöntemi ile bir oyunun çözümünde bir sonraki sayfada yer alan adımlar takip edilir¹²⁷:

¹²⁵ Esin, s. 358.

¹²⁶ Akalın, s. 471.

¹²⁷ Esin, s.380.

- Rasgele bir satır seçilerek oyun matrisinin en altına yazılır.
- Matris altına yazılan bu satırdaki elemanlardan enküçük olanı daire içine alınır ve bu elemanın bulunduğu kolonun elemanları matrisin sağ tarafına yazılır.
- Yazılan sütunun en büyük elemanı seçilir ve matrisin, seçilen bu elemana karşılık gelen satırı, bir önceki aşamada matrisin altına yazılan satırla toplanarak en alta yazılır.
- Bulduğumuz yeni kolondaki elemanların enbüyüğü tekrar daire içine alınır ve matrisin altına yazılan satır elemanlarıyla toplanarak tekrar matrisin altına yazılır, bu işlemlere istenilen iterasyon sayısına kadar devam edilir.
- Yaklaşık stratejiler kolonlardaki enbüyük ve satırlardaki enküçük değerlerin sayısı iterasyon sayısına bölünerek bulunur. Strateji vektörleri (54)'teki gibi tanılanır.

$$A \left(\frac{{}_zA_1}{t}, \frac{{}_zA_2}{t}, \dots, \frac{{}_zA_m}{t} \right) \quad (54)$$

$$B \left(\frac{{}_zB_1}{t}, \frac{{}_zB_2}{t}, \dots, \frac{{}_zB_m}{t} \right)$$

(54)'teki değişkenlerin tanımları aşağıdaki gibidir¹²⁸.

t : Tekrar sayısı

A_i : Satır oyuncusunun stratejileri

B_j : Sütun oyuncusunun stratejileri

z : İterasyon sonucunda bir stratejinin tercih edilme sayısı

$B_j^{a_j}$: İterasyon sonunda sıranın elemanları

$A_j^{a_i}$: İterasyon sonunda sütunun elemanları

¹²⁸ Esin, s. 380.

Oyunun değeri ise (55)'teki formül ile bulunur.

$$\frac{\min_{B_j} a'_j}{t} \leq v \leq \frac{\max_{A_i} a'_i}{t} \quad (55)$$

İterasyon sayısının artırılmasıyla yinelemeli yöntem ile daha net sonuçlara ulaşılabilmektedir¹²⁹.

¹²⁹ Esin, s. 380.

2. BÖLÜM

BİRA SEKTÖRÜ

2.1. BİRA VE BİRACILIK

Bira, çimlendirilmiş arpa, yani malt ununun sudaki maserasyonu* elde edilen şıranın şerbetçiotu ile tatlandırıldıktan sonra fermantasyona uğratılmasıyla yapılan serinletici ve besleyici bir içecektir¹³⁰.

Orta Çağ Avrupa'sında bira üretimi için gerekli olan kaynamış su ve bira üretiminde ortaya çıkan alkol, birayı hijyenik bir gıda maddesi haline getirmişti. Yani, hem besleyici hem de hijyenik olması sebebiyle bira, Ortaçağ Avrupa'sında çok önemli bir besin maddesiydi¹³¹.

Bira, binlerce yıldır insanoğlunun üretmiş olduğu en eski içeceklerdendir. Arkeolojik araştırmalar sonucu bulunan Sümer tabletlerine göre bira ilk defa M.Ö. 3500-3100 civarında Mezopotamya'da üretilmiştir. Ancak, eski Mısırlılar ile Babillilerin de bira yaptığı bilinmektedir. M.Ö. 2800 civarında Eski Mısır'da ilk bira üretim tesislerini oluşturulduğu zannedilmektedir. Günlük hayatta ve dinsel törenlerde tüketilen bira aynı zamanda III. Ramses döneminde balla karıştırılıp ilaç niyetine de kullanıldığına dair kanıtlar bulunmuştur¹³².

Sümer, Babil, Mısır ve Çin gibi eski uygarlıkların hepsinde biranın üretimi gibi günlük tüketilen biranın miktarı da önemliydi. Bir tapınak işçisinin günlük bira hakkı 1,2 litreyken; aristokrat bir kişinin hakkı 4,8 litreydi. Babil'de yapılan düğünlerin geleneksel kutlama içkisi olan bal birasına “arı şarabı” denmekteydi. Düğünden sonra 1 ay boyunca, damadın içebileceği miktarda bal

* **Maserasyon:** Distile alkollü içki üretiminde kullanılacak hammaddenin özelliğine göre hammaddenin aromatik özelliklerinin elde edilmesi amacıyla tarımsal kökenli etil alkolde belirli bir süre bekletilmesidir (**Türk Gıda Kodeksi Distile Alkollü İçkiler Tebliği**, Tebliğ No: 2005/11).

¹³⁰ Efes Bira Müzesi, “Bira Dünyası”,

http://www.efesbiramuzesi.com/bira_dunyasi/bira_hakkinda.aspx , Bira Hakkında, (02/05/2010), s. 1.

¹³¹ Biranın Tarihi, <http://www.tuborg.com.tr> , (04/05/2010), s. 1.

¹³² Bira, <http://tr.wikipedia.org/wiki/Bira> , (07/05/2010), s. 1.

birası kayınpederi tarafından hediye edilirdi. Günümüzde yapılan nikah törenleri sonrasında, çiftlerin yaptığı seyahate “balayı” denmesi buradan gelmektedir. O dönemde, Mısır'da en yaygın üretilen bira “haq” birasıydı. Nil Nehri havzasında yetişen kızıl arpalardan yapılan haq birası, %12 civarında alkol içermekteydi. Mısır'da bulunan tapınakların ve piramitlerin inşaatında çalıştırılan işçi veya kölelere gıda olarak yalnızca ekmek ve bira verilmişti¹³³.

Akdeniz ülkelerinde bira, şarabın icadına kadar en önemli içecekmiş. Şarap icat edildikten sonra 'Tanrıların içeceği' şeklinde anılmaya başladığı zamanlarda bira, Roma İmparatorluğu'nun şarap bulmanın, içmenin zor olduğu ücra yerlerinde üretilir olmuş. Bu nedenle Roma'da bira ancak böyle uzak yerlerde popüleritesini devam ettirmeyi başarabilmiş. Yine de Roma'da biranın 'barbarların içeceği' olduğu yönünde yaygın bir kanının doğup kök salmasına bu popülerite engel olamamış.

En çok biranın tüketildiği Alman topraklarında biranın üretildiğini gösteren en eski belge 2800 sene öncesine aittir. Almanya'da ilk bira, Hallstatt Dönemi'nde üretilmiştir. Almanya'da ilk lager biranın üretim tarihi ise 1842'dir. Ancak, bol köpüklü lager biranın dünyaya yayılması Almanların sayesinde olmuştur¹³⁴.

İlk çağlarda, bira yapımının ön işlemleri ile ekmek yapımı arasında bir benzerlikten dolayı bira mayalama, fırınlarda yapılan bir işlemdi. İlk bira türleri, filizlenmeye başlamış arpa kırığı ve maya ile yapılan biraz pişirilmiş ekmeğin ıslatılıp mayalanmaya bırakılması yoluyla üretilmekteydi. Öncesinde bira genelde evde yapılıp tüketilen bir içki iken, sonraları birahanelerin ortaya çıkmasıyla biranın kalitesi daha da yükselmiş ve daha çok tüketilen bir içki haline gelmiştir.

XIV. yüzyıla doğru biracılık, özelleşmiş yöntemleri ile ayrı bir alan olarak gelişmiştir. Bu gelişim, üç yüzyıldan daha uzun bir süre boyunca, daha çok manastırların biracılık çalışmalarıyla hızlanmıştır. Ortaçağ'da başlıca bira

¹³³ Biranın Tarihi, <http://www.tuborg.com.tr> , (05/05/2010).

¹³⁴ Levent Göktem, "Biranın Tarihi", *Hürriyet Gazetesi*, 6 Kasım 2000, http://hasat.org/forum/biranin_tarihi-k10046.html , (05/05/2010), s. 1.

üreticileri, keşişler olmakla birlikte, ürünleriyle yalnızca kendi gereksinmelerini karşılamakla kalmayıp, bölge halkının tüketimi için de bira üretmekteydi. Bu yüzyılın başlarında biracılık, evlerde genellikle kadınlar tarafından yapılmaktaydı¹³⁵.

Yaklaşık beş yüzyıl kadar sonra dikkate değer bir biçimde Avrupa'da ve XVIII. yüzyılda özellikle Kuzey Amerika'da ticari amaçlı biracılık düzenli olarak gelişmiştir. XIX. yüzyılın ortalarında Batı'da binlerce bira imalathanesi yapılmıştır. O yıllardan bu güne biracılık, büyük bir endüstri dalı haline gelmiştir. Modern bira üretimi, büyük çaplı ve karmaşık bir işlemdir. 1973 yılında dünya bira üretimi, 1873 yılındaki dünya bira üretiminin 15 katına ulaşmıştır. Buna karşılık, aynı süre içinde bira fabrikalarının sayısı on kat azalmıştır. Yani, 1973 yılı ortalaması ile, fabrika başına bira üretimi 150 kat artmıştır. Bu büyük gelişme, biracılıktaki tekniğe de yansımıştır. 1898 yıllarında biracılıkta ticari olarak kullanılan birinci maya ayırıcısının kapasitesi saatte 1 metre küpken, 1973 yılında bu miktar saatte 200 metre küp olmuştur¹³⁶.

2.2. BİRA TÜRLERİ

Dünyanın hemen her yerinde içilen bir içecek olan biranın yapımı, ülkeden ülkeye değişiklikler göstermektedir. Belçika'da, tıpkı Fransız peynirlerinde olduğu gibi, bir yılın günleri kadar çok bira çeşidi sayılabilir, İngiltere'nin ale biraları, İrlanda'nın stout biraları, Danimarka'nın pilsner biraları, Almanya'nın lager biraları ünlüdür. Ayrıca genelde tüm sarı biralara adını veren, tüm Avrupa'da Çek Cumhuriyeti'nin Pilsen şehrinden adını alan, pils biralara revaçtır¹³⁷.

Biralara alt fermantasyon yöntemiyle yapılanlar ve üst fermantasyon yoluyla yapılanlar olarak iki ana türe ayrılabilir. Alt fermantasyon biralalarının bazı türleri, ilk kez üretildikleri bölgenin adıyla anılır. Bunlardan Çekoslovakya'nın

¹³⁵ Bira ve Biracılık, http://ilimirfan.net/index.php?option=com_content&view=article&id=88:brabracilik, (05/05/2010), s. 1.

¹³⁶ Bira ve Biracılık, s. 1.

¹³⁷ Bira, s. 1.

Pilsen bölgesinde üretilen biraya “Pilsener”, Almanya'nın Dortmund bölgesinde üretilen biraya da “Dortmunder” denir. Bu biraların renkleri genellikle açıktır, iyi havalandırılmıştır ve üst fermantasyon biralarına oranla daha az maya tadı vardır. Alt fermantasyon, aynı zamanda, daha esmer bira üretiminde de kullanılır. İngiltere, Yeni Zelanda ve Avustralya gibi birkaç ülke dışında, dünya bira üretiminin çoğu alt fermantasyon ile yapılır. Bu biralar, genellikle, ağırlıklarının % 3 - 5'i kadar alkol içerirler¹³⁸.

2.2.1. Alt Fermantasyon Biraları

Pilsen; kolay içimli, açık renkli, şerbetçiotundan gelen aromatik ve acılık tat karakteri dengelenmiş, alkol derecesi % 4,8 - 5,1 arasında değişen bir bira tipidir.

Lager; dünyada en çok tanınan ve bilinen açık renkli, Pilsen'e göre daha düşük acılık karakterine sahip ve aromatik tat karakteri ön plana çıkarılmış bir bira tipidir.

Koyu renkli bira; koyu renkli malt ve isteğe göre belirli oranda kavrulmuş malttan da üretilen, % 4,8 - 5,0 alkol ihtiva eden bir bira tipidir.

Festival birası; Almanya'da özellikle Ekim ayında düzenlenen Bira Festivali için özel olarak üretilen yüksek alkollü mevsimsel bir bira tipidir.

Bockbier; yüksek doygunluk hissi veren, % 6 - 7 alkol derecesine sahip, özellikle Almanya'da Mayıs, sonbahar ve yılbaşı dönemlerinde üretilen mevsimsel bir bira tipidir.

Alkolsüz bira; doğal yoldan oluşan alkolün belirli yöntemlerle sonucu içinden uzaklaştırıldığı, normal biralara göre daha düşük kalorili bir bira çeşididir¹³⁹.

¹³⁸ Bira ve Biracılık, s. 1.

¹³⁹ Bira Nedir?, <http://www.biramalt.com/birane.php>, (06/05/2010), s. 1.

2.2.2. Üst Fermantasyon Biraları

Ale; ismi birçok farklı karakterde olan, genellikle koyu renkli bir dizi İngiliz bira tipi için kullanılan genel bir tanımlamadır. Pale, Bitter, Mild ve Scotch olarak çeşitleri mevcuttur.

Hefeweizen; mayalı buğday birası olup, miktar olarak en az %50 oranında buğday maltı kullanılarak üretilir. Almanya'nın özellikle Bavyera eyaletinde popülaritesi yüksek olan bir bira tipidir.

Kristallweizen; Filtre edilmiş buğday birası olup, Hefeweizen biraya benzer hammadde kullanılarak, filtrasyon sonrası mayanın uzaklaştırıldığı bir bira tipidir.

Altbier; koyu renkli buğday ve arpa maltının birlikte kullanıldığı, acılığı yüksek ve sert içimli bir bira çeşididir.

Kölsch; açık renkli, mayhoş bir tat karakterine sahip, özellikle Almanya'nın Köln şehrinde popüler olan bira çeşididir.

Stout; siyah renkli, özellikle çok koyu renkli malt ve bir miktar da kavrulmuş malttan üretilen, acılığı sert karakterde bir üst fermantasyon birasıdır.

Porter; Stout benzeri koyu renkli, bazı çeşitleri %9 alkol ihtiva eden bir bira tipidir¹⁴⁰.

2.2.3. Renklerine Göre Biralar

Renklerine göre biralar sarı, amber, siyah ve beyaz olarak sıralanabilir. Biranın rengi maltın nasıl kullanıldığına bağlıdır.

Altın renkli, berrak ve parlak olan sarı bira, açık sarı renkte malt kullanılarak üretilmektedir. Yemekten önce veya çok çeşitli yemek türü eşliğinde, 4°C - 6°C de soğuk içilmektedir¹⁴¹.

¹⁴⁰ Bira Nedir?, s. 1.

¹⁴¹ Bira Nedir?, s. 1.

Amber rengindeki biralar bakır rengine yakındır. Üretiminde sarı biranın yapımında kullanılan malta göre daha fazla kavrulmuş ve kurutulmuş malt kullanılır. Tüm biralarla kıyaslandığında kokusu daha yoğundur. Bu tür biraların üretiminde maya, kurutulmuş malt, meyve ve baharat uyumlu biçimde karıştırılmıştır. Amber rengindeki biralar 6°C ve 8°C de içilir.

Siyah bira; maun rengiyle abanoz rengi arasında değişen tonlardaki koyulukta, krema kıvamında köpüklü biralardır. Bu tür biralar kahve, kakao veya baharat tatlarını verecek olan kuvvetli biçimde kavrulmuş siyah malt ile üretilirler. Alkol derecesi genelde 4,4°C - 6°C arasında değişir. Diğer biralardan daha fazla alkollü değildir. 10°C civarındaki soğuklukta içilir.

Beyaz bira; soluk renkli, görüntüsü biraz bulanık olan beyaz biralardır. Açık renk malt ve saf, katıksız buğdaydan yapılmış malttan üretilir. Alkol derecesi genelde 4,4°C ile 6°C arasında değişmektedir. Turunçgil ve maya tadının zengin olduğu bu bira genellikle 4°C civarında oldukça soğuk içilir. İçiminde kişniş, vanilya, sütlü ekmek tadı alınır¹⁴².

2.3. BİRA ÜRETİMİ

Bira üretiminde üretilen biranın türü ve niteliğine göre kullanılan hammaddeler değişiklik göstermektedir. Günümüzde bira üretiminde kullanılan hammaddeler daha çok arpa, şerbetçiotu ve sudur. Arpa, içindeki nişasta oranıyla önemlidir. Çünkü biradaki alkol, nişastanın parçalanmasından ortaya çıkan şekerden meydana gelir¹⁴³. Biranın üretiminde kullanılan diğer tahıllar arpa maltına, maliyeti düşürmek ya da bazen istenen tadı vermek için katılır. Bu amaçla kullanılan başlıca maddeler pirinç, mısır, bir nişasta türü olan tapyoka, soya fasulyesi ezmesi, maltlanmamış arpa ve değişik şekerlerdir¹⁴⁴.

Arpalar tarladan toplandıktan sonra temizlenerek taneleri irilik derecesine göre ayrılır ve yüksek silolarda havalandırılarak, zamanı geldiğinde suya yatırılıp

¹⁴² Bira Nedir?, s. 1.

¹⁴³ Efes Bira Müzesi, "Bira Dünyası",

http://www.efesbiramuzesi.com/bira_dunyasi/bira_uretimi.aspx, Bira Üretimi, (02/05/2010), s. 1.

¹⁴⁴ Bira ve Biracılık, s. 1.

çimlendirilir. Belirli bir çimlenme oranına geldikten sonra suyu çekilerek fırınlanır. Bu işlemlerle çimlerinden arındırılan arpa, malt haline dönüşür. İyi bira üretebilmek için iyi malt, iyi malt için ise iyi arpa gerekmektedir. Birada arpa maltının daha çok tercih edilmesinin nedenleri; arpanın kolay korunması, sert kabuğu sayesinde haşarata dayanıklı olması, diğer çıplak tahıl tanelerine oranla daha zor küflenmesi, biralık arpanın çekirdek kısmının diğer tahıllardan daha yumuşak olması ve malt yapımında daha yüksek verim sağlamasıdır. Arpa kimyasal bileşiminden dolayı da, daha iyi bir şekerlendirme sağlanmaktadır¹⁴⁵.

Arpa, denetimli koşullarda, mayalanma için büyük önem taşıyan ve katalizör olarak görev yapan enzimler'in üreyeceği biçimde çimlendirilerek maltlanır. Arpayı yumuşatmak için 13°C - 16°C sıcaklıkta suya batırılarak, 48 - 72 saat arasında bir süre ile bekletilirken çimlenme süreci de hızlandırılmış olur. Bu süre, kullanılan tanelerin türüne göre değişir. Islatma işleminden sonra çimlenmeyi geliştirmek için, geniş kazan ya da kutulara konan arpaya 7 - 11 gün süreyle nemli hava üflenir. Sonrasında, nem oranı % 1,5 - 2'ye ininceye kadar fırınlarda kurutulur. Çimlenme sırasında oluşan filizler ayıklanır. Bunlar toplanarak hayvan yemi olarak kullanılır. Böylece arpa, içinde enzimlerin bulunduğu malt haline gelmiştir.

Malt, bira fabrikasında öğütülür; su ve başka maddelerle karıştırılarak mayşe haline getirilir. Mayşeleme sürecinde bir ara ürün olan şıra elde edilir. Mayşeleme, yani şekerleme işlemi enzimler, şeker ve nişasta gibi çözünen maddeleri ortaya çıkarır. Protein gibi çözünmeyen maddeler de enzimlerle çözünür hale gelir. Enzimler aynı zamanda malt nişastasını da maltoz şekerine dönüştürür. Maltoz şekerinin miktarı, biranın alkol oranını belirler. Fiziksel ve kimyasal süreçler ile enzim etkinliği, biranın türünü ve niteliğini belirlediği için, mayşeleme işleminin denetim altında gerçekleştirilmesi gerekmektedir¹⁴⁶. Üst ve alt fermantasyon biralarının mayşeleme işlemleri birbirinden farklıdır.

¹⁴⁵ Efes Bira Müzesi, "Bira Dünyası", Bira Üretimi, s. 1.

¹⁴⁶ Bira ve Biracılık, s. 1.

2.3.1. İnfüzyon Mayşeleme

Üst fermantasyon biralarının mayşeleme işlemi, infüzyon yöntemi olarak adlandırılır. Bu işlem büyük yalıtılmış mayşeleme kazanlarında yapılır ve bu mayşeleme kazanları genellikle buharla ısıtılır. Mayşenin kıvamı çok önemlidir, bu yüzden tanklar pervane gibi mekanik karıştırıcılara bağlıdır. Birkaç derecelik bir sıcaklık sapması bile elde edilmek istenenden tamamen farklı bir şıra elde edilmesine sebep olabilir. Bu nedenle sıcaklığın çok iyi denetlenmesi gerekmektedir.

Ilık mayşeleme işleminde, nişastanın maltoz şekerine dönüşmesinin tamamlandığı noktaya ulaştığında, sıcaklık kısa bir süre için 75°C'a çıkarılır. "Mayşelemeyi durdurma" diye bilinen bu işlem, enzimlerin etkinliğini durdurmak için yapılır. Sonra mayşe, 30 dakika kadar çözünmemiş tanelerin kabuklarından ayrılması için bırakılır. Kabuklar ayrılıp teknenin dibinde bir tabaka oluşturarak filtre görevi yaparlar. Sıvı şıra, temizleninceye kadar bunun içinden geçirilir. Geriye kalan küspe yıkanır, üstüne sıcak su serpilerek, teknenin dibinden bir toplama tankına geçmeleri sağlanır¹⁴⁷.

2.3.2. Dekoksiyon Mayşeleme

Alt fermantasyon biralarında kullanılan arpa, İngiliz biralarındaki kadar uzun süre çimlenmeye bırakılmamaktadır. Bu nedenle de çok daha iyi mayşelenmeleri gerekmektedir. Ön mayşeleme 37°C'ta yapıldıktan sonra bunu 50°C, 65°C ve 75°C'lık aşamalar izler. A.B.D'deki hızlı mayşeleme sisteminde ise 65°C ve 78°C olan yalnızca iki aşama vardır¹⁴⁸.

2.3.3. Kaynatma

Mayşelemeden sonra elde edilmiş olan şıra ve yıkama suyu, geniş bir bakır kazana alınır ve en azından iki saat şerbetçiotu ve benzeri otlar ya da bunların özleri ile birlikte kaynatılır. Bazen otlar belli bir sırayla karışıma

¹⁴⁷ Bira ve Biracılık, s. 1.

¹⁴⁸ Bira ve Biracılık, s. 1.

katılabilir. Kaynatma işlemi şırayı sterilize eder, su buharı ile hacmini azaltır, otların keskinliğini azaltır, şırada kalmış olan enzimlerin etkinliklerini sürdürmesine engel olarak biranın daha sonra ortaya çıkabilecek tepkimelerle bozulmasını önler.

Kaynatmadan sonra şıra, artık otların oluşturduğu bir filtreden geçirilerek, genellikle ısı değıştiricilerle soğutulur ve mayalanmanın devam etmesine yardım için havalandırılır¹⁴⁹.

2.3.4. Mayalandırma

Şıraya, en düşük sıcaklıktayken mayalandırmaya başlamak için, biramayası eklenir. Biramayası (Latince ismi; *Saccharomyces cerevisiae*), binlerce değışik türü olan ve mantarlara benzeyen bir mikroorganizmadır. Biramayasının birçok türü vardır. Ancak bunların tümü mayalanma sırasında dibe çökenler ve yüzeye çıkanlar olarak iki grupta toplanabilir. Alt ve üst mayalandırma işlemlerine göre bira türleri ayrılır. Mayalandırma sıcaklıklarının seçimi, biranın niteliğine ve sertliğine bağlıdır. Ayrıca, maya da bir tür bitki olduğu için, bu sıcaklık, mevsimlere göre değışir. Hafif biralarda, sert biralarda oranla daha yüksek sıcaklıklar ister. Mayanın şıra üzerindeki etkisi oldukça karmaşıktır. Açığa çıkardığı başlıca maddeler, alkol ve karbondioksittir. Ama bu süreç sonunda asitler, esterler ve gliserin gibi maddeler de oluşturularak biranın lezzetini ve kokusunu etkiler.

Alt mayalandırmayla yapılan biralarda için maya 6°C - 10°C'da bekletilir ve mayalanma 8 gün kadar sürer. Böylece oluşan genç (yeşil) bira, üç aya kadar depolama kazanlarında bekletilir. Burada 0°C'ta bekletilen bira, lezzeti artıran ve birayı berraklaş-tıran ikinci bir mayalandırmadan geçirilir.

Üst mayalandırmayla yapılan biralarda mayalanma, 15°C dolayında başlar ve bu süreç içinde sıcaklık 21°C'a kadar yükselir.

Mayalanma 5-7 gün sürer. Bu süreyi, üç haftalık düşük sıcaklıkta

¹⁴⁹ Bira ve Biracılık, s. 1.

olgunlaşma dönemi izler.

Hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın, kalan biramayası alınır ve sonraki mayalamalarda kullanma amacıyla saklanır. Bu yolla bira yapımında kullanılanlardan çok daha fazla biramayası üretildiğinden, artanından ya hayvan yemi olarak ya da biramayası özü üretiminde yararlanılır. Bira, şişelenmeden ya da fiçılara konmadan önce, iyice duru ve parlak olması için, son kez süzülür. Üst mayalandırma yöntemiyle yapılan biralar, bazen fiçılarda İkinci bir mayalanmaya bırakılır. Ama bu, günümüzde pek görülmez; çünkü artık, bira, tahta fiçılar yerine alüminyum ya da paslanmaz çelikten fiçılarda saklanmaktadır.

Bira yapımı, birçok yararlı yan ürün verir. Kurutulmuş filizlerden, artık tanelerden ve biramayası artıklarından hayvan yemi yapılır. Bunlar, aynı zamanda insan yiyeceklerinde, ilaç yapımında ve vitamin haplarında kullanılır. Biramayası zengin bir *B* vitamini kaynağıdır. Artık şerbetçiotları gübre olarak kullanılabilir ama günümüzde bu otlar giderek yerlerini toz ya da topak şerbetçiotu özüne bırakmaktadır. Biranın içinde bulunan maddeler şunlardır: %5 karbonhidratlar, %0,6 protein, çok az miktarda *B* vitamini türleri olan riboflavin, niasin ve tiamin, % 2-6,5 alkol ve %90'a kadar sudur. Yaklaşık yarım litre biranın kalorisi 280 dolayındadır¹⁵⁰.

¹⁵⁰ Bira ve Biracılık, s. 1.

3. BÖLÜM

UYGULAMA

Oyun teorisi, sosyal hayatta ve iktisadın hemen her alanında kullanılabilir bir duruma gelmiş olup, sosyal ilişkilerin iç içe geçmiş olan yapısını dikkate alarak sonuca varmaya yardımcı olmaktadır.

Endüstriyel organizasyonlarda, uluslar arası ticaret alanlarında, emek piyasalarında, politik ekonomide, rant paylaşımında, oligopol ve duopol piyasalarda firmaların rekabet analizinde, firma lokasyonunun önemli olduğu durumlarda bir malın fiyatlandırılmasında, kadın erkek arasındaki tercih çatışmalarının çözümünde (cinsiyetler savaşı), küçülen bir piyasadaki çıkmak için verilen kararlarda, çalışanların ücretlerini belirlemede, ülkelerin gümrük politikalarını belirlemede oyun teorisi bir karar yöntemi olarak sıkça kullanılmaktadır¹⁵¹.

3.1. UYGULAMANIN AMACI

Duopol bir piyasadaki iki rakibin birbirine ikame olabilecek birer ürünü için iki firmanın pazardaki satış rekabeti oyun teorisi ile incelenerek firmaların oyun teorisini kullanarak en yüksek faydayı sağlayabilmeleri için farklı stratejilerini nasıl ve ne oranda kullanmaları gerektiğine karar vermelerini açıklamak amaçlanmıştır.

3.2. LİTERATÜR TARAMASI

Oyun teorisinin kullanılarak modellenmiş birçok problem ve oyun teorisi hakkında yayınlanmış birçok makale ve tez bulunmaktadır. Çalışmanın bu aşamasında, yapılan literatür taramasında ulaşılması oldukça kolay olan birçok çalışma içinde oyun teorisinin kullanım alanları için soyut örnekler verilecektir. Çalışma içerisinde de bahsedilen makale ve tezlerin birçoğundan faydalanılmıştır.

¹⁵¹ Yılmaz, s. 3.

Rekabet Kurumu'na 2001 yılında sunulmuş olan, "Rekabet Hukukunda Yatay Birleşmeler" isimli uzmanlık tezinde; aynı seviyede faaliyet gösteren firmaların birleşmesi anlamını taşıyan "yatay birleşmeler", rekabet açısından yaratılacak olumsuz etkiler ile olumlu etkilerin bir arada değerlendirilebileceği bir analitik çerçeve olan oyun teorisinden faydalanılarak incelenmiştir¹⁵².

Uluslararası hakemli bir dergi olan "Review of Social, Economic & Business Studies" dergisinin 9/19. cildinde yayınlanmış olan "Rekabet Ortamında Karar Verme Süreçlerinde Oyun ve Fayda Kuramı İlişkileri ve Etkileşimi" isimli çalışmada; iki ya da daha çok oyuncunun etkileşimli karar süreçlerinin incelenmesinde oyun kuramı ve kişilerin riske karşı tutumlarını inceleyen fayda kuramı arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin oyunun sonucu üzerindeki etkisinden bahsedilmiştir. Çalışmada, sıfır toplamlı olmayan oyunlar için farklı karar verici tiplerinde oyun ve fayda kuramı etkileşiminin açıklanması amaçlanmıştır¹⁵³.

Bir doktora seminerinde sunulan "Oyun Teorisi ve Tarımda Uygulanması" isimli çalışmada da oyun teorisi ele alınıp, tarımda nasıl uygulanabileceği anlatılmıştır. Çalışmada, 1.5 milyar liralık sınırlı bir kredi talebinde bulunan işletmenin süt sığırcılığı ya da besi sığırcılığı veya her ikisini bir arada yürütmek istediği koşullarda süt sığırını veya besiyi veya her birini hangi miktarda üretime alması halinde maksimum geliri sağlayacağı sorusu oyun teorisi yardımıyla incelenmiştir¹⁵⁴.

Yayınlanmış bir makale olan "Oyunlar, Kurallar ve Düzen – Oyun Teorisi Perspektifinden Kuralların Rasyoneli" isimli çalışmada, kuralların rasyoneline dair çeşitli mahkumlar çıkmazı örnekleri kullanılarak kuralların işlevlerinden bahsedilmiştir¹⁵⁵.

¹⁵² Kulaksızoğlu, s. 6.

¹⁵³ Gümüšoğlu ve Özdemir, s. 287 – 288.

¹⁵⁴ Özer, s. 29.

¹⁵⁵ Can Aktan, İpek ve Remzi Sanver, "Oyunlar, Kurallar ve Düzen – Oyun Teorisi Perspektifinden Kuralların Rasyoneli",

<http://www.canaktan.org/ekonomi/oynteorisi/makaleler/aktan-sanver.pdf>, (01/04/2010), s. 12.

Yine yayınlanmış olan “Kamu Tercihi Perspektifinden Oyun Teorisi” isimli bir makalede kamu tercihi disiplini ile oyun teorisi disiplinleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Çalışmada, kamu tercihi disiplini içinde yer alan kuralların rasyoneli, rant kollama, oylama kuralları gibi konular oyun teorisi uygulamaları ile açıklanmıştır¹⁵⁶.

“Karar Verme Sürecinde Oyun Teorisi” isimli yayınlanmamış yüksek lisans tezinde, karşılıklı çıkar gruplarının ilişkilerinin oyun teorisi ile uygulamasını göstermek amacıyla yaklaşık 50 yıllık bir geçmişe sahip olan Avrupa Birliği ve Türkiye arasındaki ilişkilerin bugününde her iki tarafın da ne tür stratejiler uygulayabileceği araştırılmıştır¹⁵⁷.

Bir üniversiteye ait İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi’nde yayınlanmış olan “Asimetrik Bilgi Çerçevesinde Müzayedeler” isimli makalede çeşitli ihale ve müzayedelerde oyun teorisinin modellerinden faydalanılmıştır¹⁵⁸.

Yine Rekabet Kurumu’na sunulmuş olan “Gizli Anlaşma: Oyun Teorisi Yaklaşımı” isimli bir uzmanlık tezinde, rekabet iktisadına ait olan “gizli anlaşma” kavramı, oyun teorisi yaklaşımı ile iktisat teorilerinin, rekabet hukuku konusundaki takdir haklarının kullanılmasında; gizli anlaşmayı ortaya çıkarma/menetme, benzer nitelikli kararlar ve pazar yapıları dikkate alınarak yapılan genellemelerde, pazar farklılaşması durumlarında, uygulanan hukuksal çerçevenin genel geçerliliğinin sağlanmasındaki belirleyici rolünü vurgulamak amaçlanmıştır¹⁵⁹.

¹⁵⁶ Aktan ve Bahçe, s. 9.

¹⁵⁷ Kural, s. V.

¹⁵⁸ Murat Sarıkaya, “Asimetrik Bilgi Çerçevesinde Müzayedeler”, *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 2002, Cilt 3, Sayı 2, <http://eskiweb.cumhuriyet.edu.tr/edergi/makale/152.pdf>, (20/05/2010), s. 99.

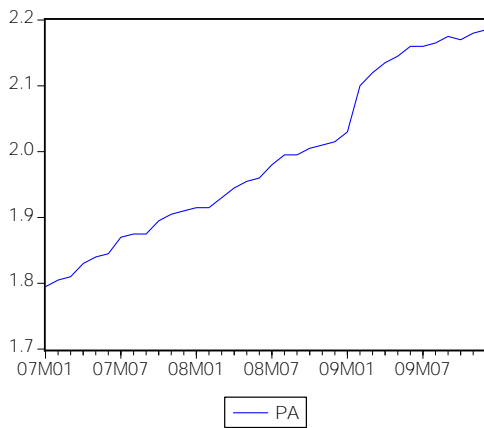
¹⁵⁹ Meltem Bağış Akkaya, “Gizli Anlaşma: Oyun Teorisi Yaklaşımı”, *Yayınlanmış Uzmanlık Tezi*, Rekabet Kurumu, 2003, s. 6.

3.3. MATERYAL VE YÖNTEM

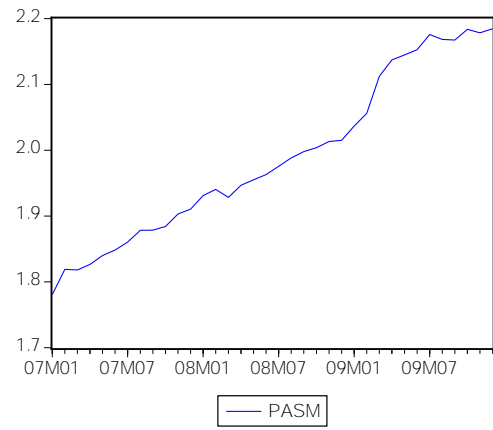
Bira sektörü hakkında verilen bilgilerin ardından Türkiye’de toplam bira pazarında lider iki firmanın birbirine ikame olabilecek birer ürünü kullanılarak, iki firmanın pazardaki satış rekabeti incelenmiştir. Uygulama için iki firmanın da Türkiye pazarında en çok satılan 500 ml şişe biraları için 2007 – 2009 yıllarındaki aylık olarak gerçek ve güncel verileri kullanılmıştır. Uygulamaya konu olan iki firma pazarda ciddi bir rekabet içerisinde olduklarından dolayı, çalışma boyunca firmaların isimleri *A* ve *B* olarak geçmektedir.

Oyun teorisine geçmeden önce, firmaların alacakları fiyat aksiyonlarına göre birim bazında satış miktarlarını tahmin edebilmek amacıyla, firmaların incelenen ürünleri için 2007 – 2009 yılları arasında aylık olarak uyguladıkları ortalama birim fiyatlar ve satış miktar verileri kullanılmıştır.

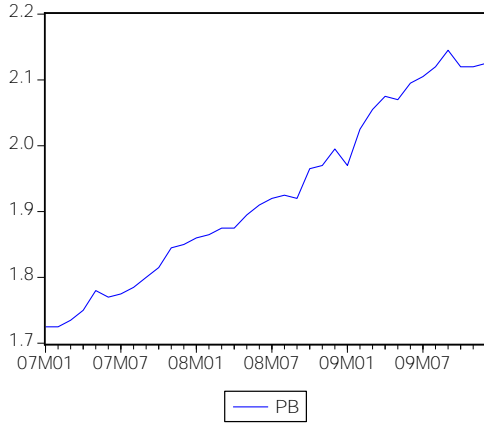
Bu veriler kullanılarak bir regresyon modeli kurulmuştur. Bira sektöründe bir mevsimsellik söz konusu olduğu için veri setlerinde Holt Winters Multiplicative yöntemi kullanılarak mevsimselliğin etkisi azaltılmıştır. Bu işlemlerden önceki ve sonraki değişiklikleri grafiksel olarak görebilmek için Şekil 6 – Şekil 15’deki grafikler incelenebilir.



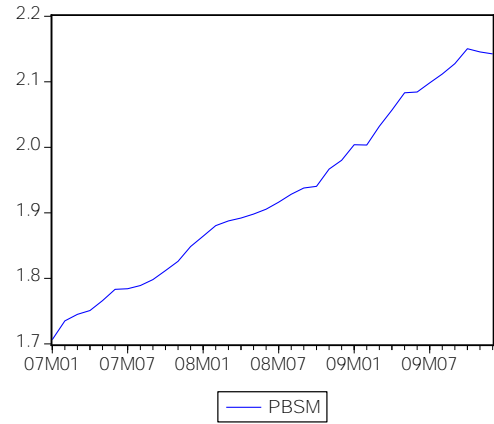
Şekil 8: A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.



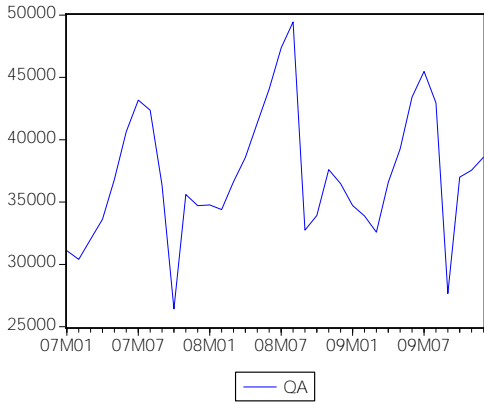
Şekil 9: A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.



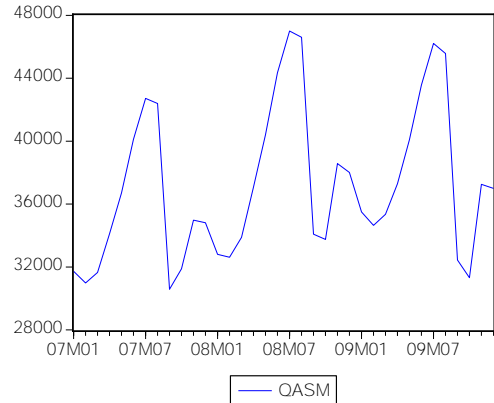
Şekil 10: B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.



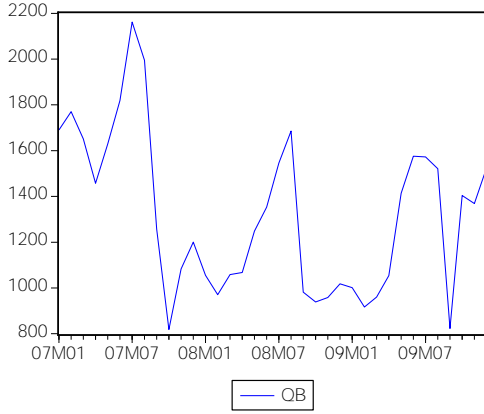
Şekil 11: B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık TL/Birim fiyat verilerinin grafiksel gösterimi.



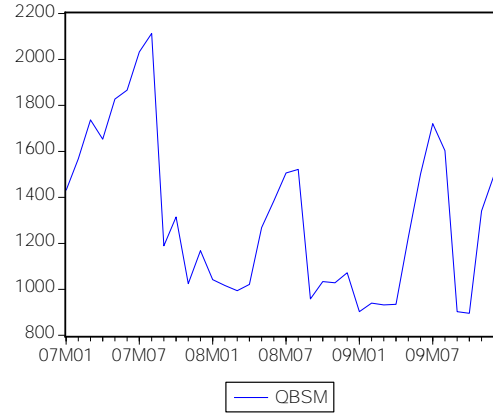
Şekil 12: A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık birim bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi.



Şekil 13: A firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık birim bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi.



Şekil 14: B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün aylık birim bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi



Şekil 15: B firması için Ocak 2007 - Aralık 2009 itibariyle 500 ml şişe bira ürününün mevsimsel etkiden arındırılmış aylık birim bazında satış miktar verilerinin grafiksel gösterimi

Firmaların mevsimsellik etkisi azaltılmış fiyat ve satış miktarları kurulan model aşağıdaki gibi kurulmuştur:

$$Q_{asm} = C + aP_{asm} + bQ_{bsm} \quad (1)$$

Modelde yer alan P_{asm} ve Q_{bsm} açıklayıcı değişkenleri sırasıyla A firmasının ürün için birim fiyatı ve B firmasının ürün için satış miktarını temsil etmektedir. Q_{asm} ise modelin bağımlı değişkeni olup, A firmasının fiyat aksiyonundan ve bununla birlikte B firmasının satış miktarından etkilenen A firmasının satış miktarını tahminidir. Aynı model B firması için de aşağıdaki gibi kurulur:

$$Q_{bsm} = C + aP_{bsm} + bQ_{asm} \quad (2)$$

Model, Eviews ekonometri paket programı kullanılarak çözülmüştür. İşlem sonucunda ortaya çıkan, regresyon modellerinin A ve B parametrelerinin değerleri, parametrelerin anlamlılığı ve modelin anlamlılığını gösteren çıktı bilgileri Tablo 4 ve Tablo 5'deki gibidir.

Tablo 4: A firmasının mevsimsellik etkisinden arındırılmış tahmini satış miktarı regresyon modeli çıktısı.

Dependent Variable: QASM Method: Least Squares Sample: 2007M01 2009M12 Included observations: 36				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PASM	20446.54	5338.309	3.830153	0.0005
QBSM	9.414791	1.927387	4.884743	0.0000
C	-15835.40	11788.66	-1.343274	0.1883
R-squared	0.465456	Mean dependent var		37170.79
Adjusted R-squared	0.433060	S.D. dependent var		4924.224
S.E. of regression	3707.716	Akaike info criterion		19.35388
Sum squared resid	4.54E+08	Schwarz criterion		19.48583
Log likelihood	-345.3698	F-statistic		14.36745
Durbin-Watson stat	0.508411	Prob(F-statistic)		0.000032

Tablo 5: B firmasının mevsimsellik etkisinden arındırılmış tahmini satış miktarı regresyon modeli çıktısı.

Dependent Variable: QBSM Method: Least Squares Sample: 2007M01 2009M12 Included observations: 36				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PBSM	-1447.041	324.7933	-4.455267	0.0001
QASM	0.044084	0.008870	4.970008	0.0000
C	2460.690	628.5987	3.914564	0.0004
R-squared	0.517843	Mean dependent var		1310.408
Adjusted R-squared	0.488621	S.D. dependent var		348.9620
S.E. of regression	249.5454	Akaike info criterion		13.95681
Sum squared resid	2055006.	Schwarz criterion		14.08877
Log likelihood	-248.2227	F-statistic		17.72118
Durbin-Watson stat	0.354635	Prob(F-statistic)		0.000006

Modelde yer alan değişkenlerin anlamlılığı, t-Statistic ya da bunların hata olasılık değerlerini gösteren Prob değerlerine bakılır. Prob değerlerinin 0.05'ten küçük olması katsayıların anlamlılığını gösterir. Buna göre katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olduğu söylenebilir. Tabloda yer alan Adjusted

R-squared değeri ise düzeltilmiş R^2 olup açıklayıcı değişkenlerdeki değişikliğin bağımlı değişkeni açıklama derecesini göstermektedir. Buna göre Tablo 4 için, A firmasının ürün için aylık satış miktarındaki değişimlerin yaklaşık %47'si, A firmasının ürününün aylık ortalama fiyatı ve B firmasının aylık toplam satış miktarındaki değişimler tarafından açıklanmaktadır. Aynı durum B firması için yaklaşık %50'dir. Bu oranlar değişkenlerin açıklayıcılığının kabul edilmesi için yeterlidir. Ayrıca F-statistic ve bunun hata olasılığını gösteren Prob(F-statistic) değerleri de modelin iktisadi olarak anlamlılığını göstermektedir. Prob(F-statistic) değerlerinin iki model için de 0.05'ten küçük olması, iki modelin de iktisadi olarak anlamlı olduğunu göstermektedir.

Modellerin çözümleri sonucunda sabit parametre, A ve B parametrelerinin yerleştirilmesi ile modelin son hali aşağıdaki gibi olur:

$$Q_{asm} = - 15835.39599 + 20446.53927*PASM + 9.41479091*QBSM \quad (3)$$

$$Q_{bsm} = 2460.689538 - 1447.041096*PBSM + 0.04408447372*QASM \quad (4)$$

Her iki firma için de tahmini satış miktarlarını bulabilmek için, elde bulunan değişkenlerin üç yıldaki sırasıyla 1. kartil, 3. kartil, ortalama, medyan, en küçük, en büyük değerleri firmaların fiyat aksiyonları olarak kullanılmıştır (2. kartil, medyan ile eşit olduğu için kullanılmamıştır). Bu fiyat aksiyonlarının modellerde yerine konulmasıyla firmaların ürün için elde edecekleri aylık tahmini satış miktarları aşağıdaki tablodaki gibidir:

Tablo 6: Firmaların fiyat aksiyonlarına göre birbirine ikame ürün için aylık tahmini satış miktarları.

Fiyat aksiyonlarına göre A firmasının ürün için aylık tahmini satış miktarları	Fiyat aksiyonlarına göre B firmasının ürün için aylık tahmini satış miktarları
32357	1335
42401	1281
37267	1314
36732	1303
28574	1130
49193	1537

Tablo 6’da yer alan firmaların fiyat aksiyonlarının birbirlerine oranları (Q_A/Q_B) ile firmaların 500 ml şişe ürünü için birim bazında aylık satış rekabetlerini inceleyebilmek için Tablo 7’deki gibi bir matris oluşturulmuştur.

Tablo 7: A ve B firmalarının rekabet matrisi

A Oyuncusu	B Oyuncusu						
	sb1	sb2	sb3	sb4	sb5	sb6	
sa1	24	25	25	25	29	21	21
sa2	32	33	32	33	38	33	32
sa3	28	29	28	29	33	24	24
sa4	28	29	28	28	33	24	24
sa5	21	22	22	22	25	19	19
sa6	37	38	37	38	44	27	27
	37	38	37	38	44	33	32#33

Matrisin oluşturulmasından sonra rekabet oyununa başlanabilir. Oyunun çözümü için Doğrusal Programlama yöntemi kullanılacaktır. Bunun için de matrisin bir doğrusal programlama modeline dönüştürülmesi gerekmektedir.

Maksimin stratejisine göre, satır oyuncusu herhangi bir stratejisini seçtiğinde, sütun oyuncusu daima strateji değerini en küçük yapacak stratejiyle hareket edeceği için, A oyuncusu için ilk önce en az kazançlarını belirler. Tablonun en sağında A firması için en az kazançlar gösterilmiştir. Formel olarak maksimin stratejisine göre satır oyuncusunun kazancını maksimize edebilmesi için A firması için oyunun değeri aşağıdaki gibi olur.

$$\underline{v} = \text{mak} (21 \ 32 \ 24 \ 24 \ 19 \ 32) \quad (5)$$

A firması en fazla miktarda satış yapmak istediği için bu değerler içinden en büyük olan stratejiyi seçecektir. Buna göre A firmasının optimum stratejisi ve oyunun alt değeri aşağıdaki gibidir.

$$\underline{v} = (32) \quad (6)$$

Minimaks ilkesine göre ise sütun oyuncu olan B oyuncusu ise maksimum değerli stratejiler arasından minimum stratejiyi seçecektir. B oyuncu için ise oyunun değeri aşağıdaki gibi olup, bu değer aynı zamanda oyunun üst değeridir.

$$\bar{v} = \min(37 \ 38 \ 37 \ 38 \ 44 \ 33) \quad (7)$$

$$\bar{v} = (33)$$

Herhangi bir oyunda, satır en küçüklerinin en büyük değeri (maksimin- \bar{v}) ile sütun en büyüklerinin en küçük değerinin (minimaks- \bar{v}) birbirine eşit olması, oyunun denge olduğunu ve bir eyer noktası olduğu gösterir. Oyunun denge noktası da aynı zamanda oyunun değeridir. Burada oyun dengede değildir ($32 \neq 44$). Bu nedenle buradan sonra oyunu çözebilmek için doğrusal programla yöntemi kullanılacaktır. Bu yöntemi uygulamak için WinQSB programı yardımı ile çözümü sağlanmıştır.

Oyunun doğrusal programlama modeli ve kısıtları aşağıdaki gibi oluşturulacaktır:

$$Z_{enk} = \frac{1}{v} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

$$\begin{aligned} 24x_1 + 32x_2 + 28x_3 + 28x_4 + 21x_5 + 37x_6 &\geq 1 \\ 25x_1 + 33x_2 + 29x_3 + 29x_4 + 22x_5 + 38x_6 &\geq 1 \\ 25x_1 + 32x_2 + 28x_3 + 28x_4 + 22x_5 + 37x_6 &\geq 1 \\ 25x_1 + 33x_2 + 29x_3 + 28x_4 + 22x_5 + 38x_6 &\geq 1 \\ 29x_1 + 38x_2 + 33x_3 + 33x_4 + 25x_5 + 44x_6 &\geq 1 \\ 21x_1 + 33x_2 + 24x_3 + 24x_4 + 19x_5 + 32x_6 &\geq 1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$x_i \in [0,1]$$

Altı değişken ve altı kısıtlı bu doğrusal programlama modelinin simleks yöntemiyle çözülmesiyle A firması için oyunun değeri bulunur. Modelin WinQSB paket programı ile ulaşılan çözümü (9) numaralı denklemlerde verilmiştir.

$$Z_{enk} = 0,03$$

$$x_2 = 0,03 \quad (9)$$

$$x_4 = 0,03$$

$$x_5 = 0,19$$

Z_{enk} değeri $\frac{1}{\underline{v}}$ olduğu için oyunun değer ve karar değişkenleri aşağıdaki

gibi olur:

$$\underline{v} = 33,33$$

$$\rho_2 = x_2 \underline{v} = 0,99 \quad (10)$$

$$\rho_4 = x_4 \underline{v} = 0,99$$

$$\rho_5 = x_5 \underline{v} = 6,33$$

Çözümlenen modele göre B firmasının hareketlerine göre A firmasının strateji vektörü $[0,99 \ 0,99 \ 6,33]$ şeklindedir.

B firması için kurulan doğrusal programlama modeli ise (11)'deki gibidir:

$$Z_{enb} = \frac{1}{\underline{v}} = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6$$

$$24y_1 + 25y_2 + 25y_3 + 25y_4 + 29y_5 + 21y_6 \geq 1$$

$$32y_1 + 33y_2 + 32y_3 + 33y_4 + 38y_5 + 33y_6 \geq 1$$

$$28y_1 + 29y_2 + 28y_3 + 29y_4 + 33y_5 + 24y_6 \geq 1$$

$$28y_1 + 29y_2 + 28y_3 + 28y_4 + 33y_5 + 24y_6 \geq 1$$

$$21y_1 + 22y_2 + 22y_3 + 22y_4 + 33y_5 + 19y_6 \geq 1$$

$$37y_1 + 38y_2 + 37y_3 + 38y_4 + 44y_5 + 32y_6 \geq 1$$

(11)

$$y_i \in [0,1]$$

B firması için simpleks yöntemiyle çözülen modelin değerleri (12)'deki gibidir:

$$\begin{aligned} Z_{enb} &= 0,03 \\ y_1 &= 0,35 \\ y_3 &= 0,25 \\ y_4 &= 0,25 \\ y_5 &= 0,41 \end{aligned} \quad (12)$$

Z_{enb} değeri $\frac{1}{V}$ olduğu için *B* firması için oyunun değeri aynı zamanda oyunun da üst değeridir. Oyunun üst değeri ve karar değişkenleri (13)'teki gibi olur:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= 33,33 \\ q_1 &= y_1 \bar{V} = 11,67 \\ q_3 &= y_3 \bar{V} = 8,33 \\ q_4 &= y_4 \bar{V} = 8,33 \\ q_5 &= y_5 \bar{V} = 13,67 \end{aligned} \quad (13)$$

B firması için çözümlenen modele göre, *A* firmasının hareketlerine göre de *B* firmasının strateji vektörü [11,67 8,33 8,33 13,67] şeklindedir.

Oyunun sonucuna göre oyunun değeri 33,33 olup, bu değer *A* firmasının satışlarının *B* firmasının satışlarına oranını göstermektedir. *A* firmasının oyunun her durumunda bira pazarında lider olduğu da görülmektedir. Bu nedenle *B* firması pazardaki payını arttırabilmek için fiyat stratejilerinin ötesinde üretim kapasitesini arttırmak, ürün çeşitliliğini arttırmak, dağıtım alanını genişletmek, yeni ortaklık girişimlerinde bulunmak gibi farklı karar süreçlerine girebilir.

SONUÇ

Küreselleşen dünyada sadece Türkiye pazarlarında değil, tüm dünya pazarlarında rekabet giderek yoğunlaşmaktadır. Böyle bir ortamda rakiplerine karşı işletmelerin ayakta kalabilmeleri, yapacakları iç ve dış işletme analizlerine ve bu analizler ışığında alınacak kararlara bağlıdır. Bu noktada oyun teorisi en etkin karar alma tekniklerinden birisidir.

Oyun teorisi, karar teorilerinin altında incelenen bir konudur. Karar problemleri tek bir karar vericinin bulunduğu problemlerdir. Bu problemlerde tek bir karar verici olduğundan, amaç fonksiyonunun değeri yalnızca bu karar vericinin kararına bağlı olarak değerlendirilir. Ancak ekonomide birden çok karar vericinin bulunduğu karar problemleriyle karşılaşmak daha olağandır. Esas amacı birbirine rakip olan ve çıkarları çatışan tarafların akılcı davranış kurallarının belirlenmesi olan oyun teorisi, bu tür karar ortamlarını açıklayan matematiksel bir yaklaşımdır.

Firmalar yer aldığı rekabet ortamının yanı sıra birçok alandaki karar aşamalarında da bazı sorunlar yaşanmaktadır. Gelişen teknolojiyle insanoğlunun bilgi seviyesinde ulaştığı son noktada, artık daha fazla şeyin farkında olunması ve yaşamak için bunları dikkate alma zorunluluğu hayattaki her bir adımı daha da karmaşıktır. Karar verme süreçlerinde karar vericiler sadece kendi çıkarlarını değil, onu etkileyen diğer etkenleri ya da rakipleri de göz önünde bulundurmalıdır.

Başarılı firmaların yöneticileri, uzun dönemde verimliliğin ve başarının en önemli faktörü olan kalite üzerinde odaklanmaktadır. Organizasyonun işleyiş biçiminin belirlenmesi ve karar noktalarının saptanması, doğru modelin kurulması için en ciddi konulardır. Genel olarak etkileşimli karar sorunlarının çözülmesinde oyun kuramının kuralları geçerli olmaktadır. Etkileşimli bir karar problemi, iki veya daha fazla kişinin bir durumda karar vermesini ve her kişinin oyunun sonundaki kazancının ya da kaybının tüm kişilerin kararlarına bağlı olmasını içermektedir.

Günümüz rekabet koşullarında firmaların daha etkin kararlar verilmeleri için rasyonel karar verme süreçlerini izlenmeleri ve çeşitli karar verme modellerinin kullanılmaları bir gereklilik olmaktan çok bir zorunluluk haline gelmiştir. Bir sektöre ait bir pazardaki rasyonel karar vericilerin çalışmaları sırasında son yıllardaki çoğu disiplinden yararlandığı bilinmektedir.

Bir kişinin seçiminin başka birisini, başkasının seçiminin de o kişiyi etkilediği durumlarda rasyonel davranışlar ve seçimler önem kazanmaktadır ve bu durum sonucu etkilemektedir. Oyunu bilmek kazanmayı garantilememektedir. Ancak strateji seçimini etkileme konusunda düşünme yapısı kazandırmaktadır. Ayrıca stratejik planlama çalışmalarında işletmenin yapısı ile ilgili geniş bir bakış açısı da sağlar. Çünkü bir firma yöneticisinin başarılı işletme stratejisini seçmesi, yöneticinin kendi bulduğu oyunu oynaması değil, aktif olarak şekillenen oyunu doğru oynaması ile ilgilidir.

Rasyonel bireylerin arasındaki işbirliği ve çatışma durumlarına yoğunlaşan oyun teorisi, son yıllarda stratejik karar vermenin gerektiği durumlarda büyük bir uygulama alanına sahip olmuş sürekli gelişim içerisinde bulunan bir tekniktir.

Oyun teorisi ve doğrusal programlama, kantitatif teknikler arasında yer almaktadır. Oyun teorisi kavramlarıyla matrisi yazılabilen bir oyunda seçeneklerin çok fazla olması halinde, doğrusal programlama problemi olarak oyunun sonucu incelenebilir. Ayrıca oyun teorisinde taraflar, kazançlarını mümkün olduğu kadar arttırmayı veya mümkün olduğu kadar az kaybetmeyi benimserler.

Oyun teorisi ile ilgili vurgulanması gereken en önemli konulardan birisi, olası stratejiler ve bu stratejilerin sonuçlarıyla ilgili kesin bilgilerin elde edilmesinin gerekliliğidir. Teorinin gerçek hayattaki bir olayı temsil edebilme kabiliyeti ve uygulanan durumla ilgili güvenilir sonuçlar verebilmesi, çözümlenmesi beklenen problemin modellenmesi sırasında kullanılacak verilerin gerçeği temsil edebilme özelliği ile doğru orantılıdır. Kullanılan veriler ne kadar gerçeği yansıtıyorsa, bulunacak sonuçlar da o derece güvenilirdir. Oyunun sonuçlarının güvenilir olabilmesi kullanılan verilerin gerçeği temsil etme derecesine bağlıdır.

KAYNAKÇA

- Akalın, Sedat, **Yöneylem Araştırması**, İzmir, Ege Üniversitesi Yayınları, 1979.
- Akkaya, Meltem Bağış, “**Gizli Anlaşma: Oyun Teorisi Yaklaşımı**”, *Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi*, Rekabet Kurumu, 2003.
- Aktan, Can ve Bahçe, A. Burhan, “Kamu Tercih Perspektifinden Oyun Teorisi”, 2007, <http://www.canaktan.org/ekonomi/oyun-teorisi/makaleler/aktan-abdbahce.pdf> (17 10 2008).
- Aktan, Can, Sanver, İpek, Sanver, Remzi, “Oyunlar, Kurallar ve Düzen – Oyun Teorisi Perspektifinden Kuralların Rasyoneli”, <http://www.canaktan.org/ekonomi/oyun-teorisi/makaleler/aktan-sanver.pdf> , (01 04 2010).
- Ateş, Salı, “Oyun Teorisi ve Uygulamaları”, *Matematiksel İktisat II Ders Notları*, Çukurova Üniversitesi, <http://idari.cu.edu.tr/sanli/oyun.pdf> (22.02.2010).
- Bekar, Mustafa, “**Oyun Teorisi ve Ekonomik Modelleme**”, *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*, Dumlupınar Üniversitesi FBE, 2008.
- Bira Nedir?, <http://www.biramalt.com/birane.php> , (06 05 2010).
- Bira ve Biracılık, http://ilimirfan.net/index.php?option=com_content&view=article&id=88:brabracilik , (05 05 2010).
- Biranın Tarihi, <http://www.tuborg.com.tr> , (04 05 2010).
- Cinemre, Nalan, **Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Beta Yayınları, 2004.
- Çelik, Ahmet, Oyun Teorisinin Tarihi–20.Yüzyıl Öncesi, 2005, <http://www.oyunteorisi.com/article.php?aID=23> (11 04 2008).
- Çoban, Orhan, **Endüstri İktisadı ve Oyun Teorisi**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2003.
- Dutta, Prajit K., **Strategies and Games**, Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1999.
- Efes Bira Müzesi, “Bira Dünyası”, http://www.efesbiramuzesi.com/bira_dunyasi/bira_hakkinda.aspx , Bira Hakkında, (02.05.2010).
- Esin, Alptekin, **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Ankara: Gazi Kitapevi, 2003.

- Göktem, Levent, "Biranın Tarihi", *Hürriyet Gazetesi*, 6 Kasım 2000, http://hasat.org/forum/biranim_tarihi-k10046.html, (05 05 2010).
- Gümüšođlu, Şevkinaz ve Özdemir, Aslı, "Rekabet Ortamında Karar Verme Süreçlerinde Oyun ve Fayda Kuramı", **Review of Social, Economic & Business Studies**, Vol. 9/19.
- Hillier, Frederick S.,– Lieberman, Gerald J.; **Introduction to Operations Research, 7th. ed., Boston**, McGraw-Hill, 2001.
- İnci, Çiğdem, "**Oyun Teorisi**", *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*, Yüzüncü Yıl Üniversitesi FBE, 2009.
- Kıracı, Arzdar, "Oyun Teorisi", *Oyun Teorisi Ders Notları Bölüm 1 Güz 2002-2003*, Başkent Üniversitesi, Ekim 2002.
- Kıracı, Arzdar, "Oligopoli", *Oyun Teorisi Ders Notları Bölüm 2 Güz 2002–2003*, Başkent Üniversitesi, Ekim 2003.
- Kulaksızoğlu, Şebnem, "**Rekabet Hukukunda Yatay Birleşmeler**", *Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi*, Rekabet Kurumu, 2003.
- Kural, Hakan, "**Karar Verme Sürecinde Oyun Teorisi**", *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*, Dokuz Eylül Üniversitesi SBE, 2007.
- Orhan, Adil, Oyun Teorisi, <http://www.ba.metu.edu.tr/~adil/BA-web/oyunteorisi.htm>, (21 02 2010).
- Özer, Osman Orkan, "Oyun Teorisi ve Tarımda Uygulanması", **Doktora Semineri**, Ankara Üniversitesi Fen B. E., Ankara, 2004, http://www.agri.ankara.edu.tr/economy/1306_oyunteorisi.pdf(26 01 2009).
- Özkan, Şule, **Yöneylem Araştırması Nicel Karar Teknikleri**, İstanbul, Nobel Yayın Dağıtım, 2005.
- Öztürk, Ahmet, **Yöneylem Araştırması**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2007.
- Roux, Dominique, **İktisadın Nobeli**, Mehmet A. Kılıçbay (çev.), İstanbul: Bahçeşehir Üniversitesi Yayınlar, 2004.
- Sarıkaya, Murat, "Asimetrik Bilgi Çerçevesinde Müzayedeler", *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 2002, Cilt 3, Sayı 2, <http://eskiweb.cumhuriyet.edu.tr/edergi/makale/152.pdf>, (20 05 2010).
- Taha, Hamdi, **Operations Research: an introduction**, 7th ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003.
- Yılmaz, Ensar, **Oyun Teorisi**, İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2009.

Wikipedia, Antoine Augustin Cournot, 2007,
http://en.wikipedia.org/wiki/Antoine_Augustin_Cournot (22 09 2008).

Wikipedia, Bira, <http://tr.wikipedia.org/wiki/Bira> , (07 05 2010).